

auf der klassischen Effizienzkurve, die lediglich über ein Optimierungsverfahren bestimmt wurden.<sup>33</sup>

- Black/Litterman-Modell:<sup>34</sup> Dieses Modell stellt ein Verfahren für eine stabile Anlageallokation ohne Restriktionen dar. Die erwartete Rendite wird mit einem Bayes'schen Verfahren (benannt nach Thomas Bayes) berechnet. Der Grundgedanke besteht darin, dass Kombinationen zwischen Gleichgewichtsrenditen (implizite Renditen aus Bewertungsmodellen und beobachteten Daten) und den Renditeprognosen zu einer effizienten und stabilen Allokation der Anlagen führen. Dieses Modell erlaubt den Portfoliomanagern, neue Prognosen aufgrund von Marktinformationen in das Portfolio einzubeziehen. Die Prognosen werden im Modell durch eine Änderung der erwarteten Anlagerenditen in einem bestimmten Konfidenzintervall angegeben. Sie werden mit verschiedenen Parametern modelliert, was mithilfe eines Bayes'schen statistischen Modells eine neue erwartete Rendite generiert. Sollte der Portfoliomanager über keine Prognose verfügen, bleibt die implizite Rendite unverändert. In einem Fall, in dem der Manager über bestimmte Prognosen verfügt, werden die erwarteten Renditen durch die Kombination der impliziten Rendite mit den entsprechenden Prognosen neu berechnet, was zu einer neuen Zusammensetzung des Portfolios führt. Im Vergleich zu den anderen Modellen werden für die Konstruktion der Effizienzkurve Renditeprognosen eingesetzt, was eine realistischere Umsetzung der Anlageallokation darstellt.

---

## 4.4 Capital Asset Pricing Model

Das Capital Asset Pricing Model (CAPM) stellt eine der wichtigsten Innovationen in der Finanzmarkttheorie dar.<sup>35</sup> Das Modell ist in seiner Nachvollziehbarkeit und Anwendung unkompliziert und intuitiv, da lediglich ein Faktor eingesetzt wird, um die erwartete Rendite einer Anlage bzw. eines Portfolios zu bestimmen. Dabei ist die Beziehung zwischen der erwarteten Rendite und dem Risiko linear. Das CAPM unterstellt, dass die erwartete Rendite einer Anlage ausschließlich vom systematischen Risiko – gemessen durch das Beta der Anlage – und nicht vom gesamten Risiko abhängig ist. Investoren können ihr Portfolio diversifizieren, sodass das unsystematische bzw. unternehmensspezifische Risi-

---

<sup>33</sup> Da es sich bei der Methode der simulierten effizienten Portfolios um einen Prozess der Durchschnittsbildung handelt (Resampled Efficient Portfolios), ist die daraus hervorgehende Effizienzkurve stabil. Kleine Änderungen der Parameter führen lediglich zu kleinen Änderungen der effizienten Portfolios.

<sup>34</sup> Vgl. Black und Litterman 1992: Global Portfolio Optimization, S. 28 ff.

<sup>35</sup> Das Portfoliomodell von Markowitz aus dem Jahr 1952 hat den Grundstein zur modernen Portfoliotheorie gelegt. Rund 12 Jahre später wurde die Theorie durch die Arbeiten von William Sharpe, John Lintner und Jan Mossin zum Capital Asset Pricing Model (CAPM) weiterentwickelt. Vgl. Sharpe 1964: Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk, S. 425 ff.; Lintner 1965: The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets, S. 13 ff.; Mossin 1966: Equilibrium in a Capital Asset Market, S. 768 ff.

ko für die Renditeberechnung nicht mehr maßgebend ist. Daher verfügen beispielsweise zwei Anlagen mit identischem Beta über die gleiche erwartete Rendite, weil sie das gleiche Marktrisiko aufweisen.

#### 4.4.1 Annahmen

Das CAPM stützt sich – wie andere Modelle auch – auf vereinfachende Annahmen und ignoriert weitestgehend die Komplexität, welche den Charakter der Finanzmärkte prägt. Diese simplifizierten Annahmen ermöglichen es, erste Einblicke in die Preisfindung von Anlagen zu erhalten. Ist das Modell mit seinen Annahmen definiert, kann man einzelne Annahmen auflösen und die Auswirkungen auf das Modell in einem der Realität näherstehenden Umfeld untersuchen. Die Annahmen, die zur Basisversion des CAPM führen, lauten wie folgt:

1. Investoren sind rationale Individuen, die sich risikoavers verhalten und ihren Nutzen maximieren.
  - Risikoaverse Investoren wollen für das Eingehen eines höheren Risikos mit einer höheren Rendite entschädigt werden. Anleger weisen in Abhängigkeit zu ihrer Risikoneigung unterschiedliche Grade der Risikoaversion auf. Die Nutzenmaximierung impliziert, dass Investoren höhere und nicht niedrigere Renditen anstreben bzw. ihr Vermögen laufend erhöhen und nie zufrieden sind. Das rationale Verhalten der Investoren bedeutet, dass die für die Anlageentscheidung zur Verfügung stehenden Informationen sachgerecht analysiert werden.
  - Risikoaversion und Nutzenmaximierung stellen realistische Annahmen über das Verhalten von Investoren dar. Demgegenüber kann das rationale Verhalten von Anlegern infrage gestellt werden, weil Individuen wegen ihrer persönlichen Einstellungen und Erfahrungen Investitionsentscheidungen treffen, die in Bezug auf Rendite und Risiko nicht optimal sein können (Behavioral Finance). Trotzdem ist es möglich, dass das Ergebnis des Modells Bestand hat und Anlagepreise durch das irrationale Verhalten nicht wesentlich beeinflusst werden (z. B. weil sich der Kauf und Verkauf von Anlagen durch irrationale Investoren gegenseitig aufhebt oder vom Handel durch rational denkende Investoren dominiert wird).
2. Die Märkte sind friktionslos (reibunglos) und es gibt keine Transaktionskosten und Steuern.
  - Reibungslose Märkte bedeuten, dass die Beziehung zwischen Rendite und Risiko einer Anlage zum Beispiel nicht durch das Handelsvolumen an der Börse oder durch die Differenz zwischen Kauf- und Verkaufspreisen beeinflusst wird. Friktionslose Märkte verfügen über keine Transaktionskosten, Steuern oder andere Kosten wie etwa Restriktionen für Leerverkäufe (Short Selling). Außerdem wird davon ausgegangen, dass man zum risikolosen Zinssatz Geld anlegen und aufnehmen kann.

- In der Realität bezahlen private wie auch institutionelle Investoren Steuern. Teilweise gibt es institutionelle Investoren wie Pensionskassen und gemeinnützige Stiftungen unter bestimmten Voraussetzungen, die keine Steuern zu entrichten haben. Die Steuern sind unterschiedlich hoch und hängen von der Art der erzielten Erträge ab (Zinsen, Dividenden und Kapitalgewinne). Ferner entstehen beim Handel Kosten, die beispielsweise durch die Größe der Transaktion, die Liquidität der Märkte und die Reputation des Investors beeinflusst werden. Die Validität des CAPM ist durch Transaktionskosten, Steuern und die Unmöglichkeit, zum risikolosen Zinssatz Geld aufzunehmen (dies ist nur einem Staat vorbehalten), grundsätzlich nicht gefährdet. Allerdings führen Restriktionen von Leerverkäufen zu überbewerteten Preisen von Anlagen, die das CAPM als Gleichgewichtsmodell infrage stellen.
3. Alle Investoren planen für die gleiche Anlageperiode.
    - Das CAPM ist ein Ein-Perioden-Modell. Das bedeutet, dass sämtliche Investoren auf der Basis einer einzigen Periode entscheiden. Diese Annahme vereinfacht die Analyse, weil der Einbezug von mehreren Perioden ein komplexeres Modell zur Folge haben würde.
    - Die Unterstellung lediglich einer Periode für die Anlageentscheidungen ignoriert sämtliche Ereignisse, die nach dem Ende der Periode anfallen. Zum Beispiel erlaubt ein Modell, das sich nur auf eine Periode stützt, keine Lehren aus den Anlageentscheidungen in die Planung einzubeziehen. Darüber hinaus sind für die Nutzenmaximierung am Ende von mehreren Perioden Entscheidungen in gewissen Perioden erforderlich, die bei der Betrachtung von nur einer Periode nicht optimal sind.
  4. Alle Investoren haben homogene Erwartungen.
    - Sämtliche Investoren analysieren die Anlagen auf die gleiche Weise und teilen dieselben ökonomischen Ansichten über die Welt. Daher stützen sie sich auf die gleichen Wahrscheinlichkeitsverteilungen der zukünftigen Cashflows der Anlagen und berechnen für die Konstruktion der Effizienzkurve dieselben Parameter wie etwa erwartete Renditen, Varianzen und Kovarianzen. Da es sich um rationale Investoren handelt, gelangen sie zu den jeweils identischen Anlageentscheidungen und investieren somit in das gleiche optimale risikobehaftete Portfolio. Diese Anlagekombination, die von sämtlichen Marktteilnehmern ausgewählt wird, stellt das Marktportfolio dar.
    - Die Annahme einer strengen Form der Informationseffizienz kann auf den Märkten nicht nachgewiesen werden.<sup>36</sup> Allerdings lässt sich diese Annahme auflösen, so lange keine wesentlichen Unterschiede zwischen den von verschiedenen Investoren ausgewählten optimalen Portfolios bestehen.

---

<sup>36</sup> Vgl. Abschn. 2.4.2.1. Empirische Studien zeigen, dass entwickelte Länder eine halbstarke Form der Informationseffizienz aufweisen (und nicht eine strenge Form), die von Marktpreisanomalien geprägt wird.

5. Alle Anlagen sind unendlich teilbar und handelbar.
  - Diese Annahme bedeutet, dass ein Anleger exakt so viel Geld investiert, wie er möchte. Dies ermöglicht es, dass sich das CAPM auf kontinuierliche Funktionen und nicht auf diskrete Sprungfunktionen stützt.
  - Die Anlagen beschränken sich auf gehandelte Finanzanlagen wie Aktien, Anleihen und die Möglichkeit, zum risikolosen Zinssatz Geld anzulegen oder aufzunehmen. Nicht handelbare Anlagen wie zum Beispiel das Humankapital, das Bundeskanzleramt in Berlin und das Bundeshaus in Bern sind nicht Bestandteil des Anlageuniversums.
6. Investoren sind Preisnehmer (Price Taker).
  - Das CAPM unterstellt, dass es eine Vielzahl von Investoren gibt und dass kein Anleger einen genügend hohen Einfluss hat, um die Preise auf dem Markt zu verändern. Demnach sind Investoren Preisnehmer und der Handel von Anlagen hat keinen Einfluss auf deren Preise.
  - Bei dieser Annahme handelt es sich um das aus der Mikroökonomie bekannte Konstrukt des perfekten Wettbewerbs. Diese Annahme ist mit Ausnahme von Aktien kleiner Marktkapitalisierung, die eine geringe Auswirkung auf die Preisbewegungen des Gesamtmarkts haben, grundsätzlich wirklichkeitsnah.

Die Zielsetzung dieser Annahmen besteht darin, einen Investor zu definieren, der ein bestimmtes, in Bezug auf Rendite und Risiko effizientes Portfolio auswählt. Marktineffizienzen, die aus operationellen (Transaktionskosten, Steuern usw.) und informationspezifischen Ineffizienzen entstehen, werden im CAPM ausgeklammert. Obwohl einige dieser Annahmen unrealistisch sind, führt deren Auflösung nur zu kleinen Veränderungen der Aussagekraft des Modells.<sup>37</sup> Das CAPM hat sich in der Praxis trotz der teilweise unrealistischen Annahmen durchgesetzt. Das Modell bietet im Portfoliomanagement eine Orientierungsgröße, um Renditen zu ermitteln und für Bewertungszwecke miteinander zu vergleichen.

#### 4.4.2 Berechnung und Interpretation des Betas

Mit dem Marktmodell lässt sich die Überschussrendite einer Anlage (Abweichung vom risikolosen Zinssatz) durch eine Regression zwischen den Überschussrenditen der Anlage ( $r_i - r_F$ ) und des Marktes ( $r_M - r_F$ ) wie folgt bestimmen (einfache lineare Regressionsanalyse):

$$r_i - r_F = \alpha_i + \beta_i (r_M - r_F) + \varepsilon_i. \quad (4.22)$$

Wird hingegen eine Regression zwischen den Aktienrenditen ( $r_i$ ) und den Marktrenditen ( $r_M$ ) durchgeführt, so erhält man folgende Gleichung für die Rendite der Anlage  $i$  (einfache

<sup>37</sup> Für die Auflösung der Annahmen im CAPM vgl. Abschn. 4.4.6.

che lineare Regressionsanalyse):

$$r_i = \alpha_i + \beta_i r_M + \varepsilon_i. \quad (4.23)$$

Addiert man in (4.22) auf beiden Seiten der Gleichung den risikolosen Zinssatz ( $r_F$ ) und multipliziert den Formelausdruck  $\beta(r_M - r_F)$  aus, kann die Formel für die Rendite der Anlage  $i$  folgendermaßen umgeschrieben werden:

$$r_i = r_F + \alpha_i + \beta_i r_M - \beta_i r_F + \varepsilon_i = \alpha_i + r_F(1 - \beta_i) + \beta_i r_M + \varepsilon_i. \quad (4.24)$$

Vergleicht man die Formeln (4.23) und (4.24) miteinander und unterstellt, dass der risikolose Zinssatz ( $r_F$ ) eine Konstante ist, dann weisen beide Gleichungen dieselbe unabhängige Variable ( $r_M$ ) und denselben Fehlerterm ( $\varepsilon_i$ ) auf. Demnach ist die Höhe der Steigung ( $\beta_i$ ) bei beiden Regressionsgleichungen identisch.<sup>38</sup>

Die Konstante der Regression in (4.24) ist durch  $\alpha_i + r_F(1 - \beta_i)$  gegeben. Ist das Beta nicht gleich 1 ( $\beta_i \neq 1$ ), dann ist die Konstante der Regressionsgleichung (4.24) nicht gleich derjenigen von (4.22). Das CAPM ist ein Gleichgewichtsmodell und geht davon aus, dass die Anlagen richtig bewertet sind. Aus diesem Grund beträgt das Alpha der Anlage  $i$  0 ( $\alpha_i = 0$ ), was zu folgender Gleichung für die Berechnung der Rendite der Anlage  $i$  führt:

$$r_i = r_F(1 - \beta_i) + \beta_i r_M + \varepsilon_i. \quad (4.25)$$

Das systematische Risiko hängt von der Korrelation zwischen den Renditen der Anlage und denen des Marktes ab. Daher lässt sich das Marktrisiko aus der Kovarianz zwischen den Renditen der Anlage ( $r_i$ ) und des Marktes ( $r_M$ ) wie folgt herleiten:

$$\text{Cov}(r_i, r_M) = \text{Cov}(\beta_i r_M + \varepsilon_i, r_M) = \beta_i \text{Cov}(r_M, r_M) + \text{Cov}(\varepsilon_i, r_M) = \beta_i \sigma_M^2 + 0. \quad (4.26)$$

Der risikolose Zinssatz ist eine Konstante und entfällt bei der Berechnung der Kovarianz. Demzufolge wird in der Kovarianz die Rendite der Anlage  $i$  ( $r_i$ ) mit dem Ausdruck ( $\beta_i r_M + \varepsilon_i$ ) von (4.25) ersetzt. Die Kovarianz entspricht der Summe aus  $\beta_i \text{Cov}(r_M, r_M)$  und  $\text{Cov}(\varepsilon_i, r_M)$ . Dabei stellt der erste Term von  $\beta_i \text{Cov}(r_M, r_M)$  das Produkt aus dem Beta ( $\beta$ ) multipliziert mit der Varianz der Marktrenditen ( $\sigma_M^2$ ) dar. Der zweite Term von  $\text{Cov}(\varepsilon_i, r_M)$  hingegen beträgt 0, weil der Fehlerterm mit dem Markt nicht korreliert. Wird (4.26) nach dem Beta der Anlage aufgelöst, erhält man folgende Gleichung:<sup>39</sup>

$$\beta_i = \frac{\text{Cov}(r_i, r_M)}{\sigma_M^2} = \frac{\rho_{i,M} \sigma_i \sigma_M}{\sigma_M^2} = \frac{\rho_{i,M} \sigma_i}{\sigma_M}, \quad (4.27)$$

<sup>38</sup> Die Bewegungen des risikolosen Zinssatzes während der Periode der Stichprobe fallen im Vergleich zu den Variationen der Marktrenditen sehr gering aus. Daher hat die Volatilität des risikolosen Zinssatzes nur einen geringen Einfluss auf den geschätzten Wert der Steigung ( $\beta$ ).

<sup>39</sup> Das Beta lässt sich aus Stichproben mit historischen Daten berechnen. Dabei werden die Kovarianz bzw. Korrelation und die Standardabweichungen mithilfe der Formeln aus Kap. 3 ermittelt.

wobei:

$$\text{Cov}(r_i, r_M) = \rho_{i,M} \sigma_i \sigma_M.$$

Das Beta stellt somit eine Sensitivitätsgröße dar. Es misst, wie stark sich die Aktienrendite bei einer Änderung der Marktrendite verändert. Ist das Beta einer Aktie beispielsweise 1,2 und steigt die Marktrendite um 2 %, dann erhöht sich die Rendite der Aktie um 2,4 % ( $= 1,2 \times 2 \%$ ). Das Beta reflektiert das systematische Risiko der Aktie bzw. denjenigen Anteil des Risikos, der sich durch die Diversifikation nicht eliminieren lässt.

Ein positives Beta bedeutet, dass sich die Aktienrenditen in die gleiche Richtung wie der Markt bewegen. Ein negatives Beta hingegen impliziert, dass sich die Renditen der Anlagen in die vom Markt entgegengesetzte Richtung verändern. Eine risikolose Anlage besitzt ein Beta von 0, weil die Kovarianz mit anderen Anlagen bzw. mit dem Markt 0 ist. Demgegenüber liegt das Beta des Marktes bei 1 ( $\beta_M = 1$ ). Ersetzt man im Zähler von (4.27) die Standardabweichung der Anlage  $i$  ( $\sigma_i$ ) mit derjenigen des Marktes ( $\sigma_M$ ) und berücksichtigt, dass die Korrelation des Marktes zu sich selbst 1 beträgt ( $\rho_{M,M} = 1$ ), lässt sich ein Beta für den Markt von 1 zeigen:

$$\beta_M = \frac{\rho_{i,M} \sigma_i \sigma_M}{\sigma_M^2} = \frac{\rho_{M,M} \sigma_M}{\sigma_M} = 1. \quad (4.28)$$

Das Beta des Marktes von 1 lässt sich auch dadurch erklären, dass der Durchschnitt sämtlicher Betas der auf dem Markt gehandelten Anlagen 1 beträgt. Eine Mehrheit der gehandelten Aktien weist ein positives Beta auf, weil sich deren Renditen in die gleiche Richtung wie der Gesamtmarkt bewegen. Aktien mit einem negativen Beta stellen eher die Ausnahme dar.

### Beispiel

#### Berechnung des Betas

Die Volatilität (Standardabweichung) des Marktes beträgt 30 %. Ein Analyst möchte für die folgenden Anlagen das Beta ausrechnen:

1. BuBills,
2. Gold mit einer Volatilität von 35 % und einer Korrelation zum Gesamtmarkt von  $-0,2$ ,
3. eine Aktie mit einer Volatilität von 40 % und einer Korrelation zum Gesamtmarkt von  $0,6$ .

### Lösung zu 1

BuBills bzw. unverzinsliche Schatzanweisungen der Bundesrepublik Deutschland weisen per definitionem quasi ein Risiko von 0 auf.<sup>40</sup> Die Rendite dieser Anlagen verändert sich nicht, sodass die Standardabweichung und die Korrelation zum Gesamtmarkt 0 sind. Daher ist auch das Beta von BuBills 0.

<sup>40</sup> Vgl. Abschn. 3.8.

**Lösung zu 2**

Das Beta von Gold beläuft sich auf  $-0,233$ :

$$\beta_{\text{Gold}} = \frac{-0,20 \times 0,35}{0,30} = -0,233.$$

Fällt der Gesamtmarkt beispielsweise um 5 %, dann nimmt die Rendite des Goldes um rund 1,165 % [=  $(-0,233) \times (-5 \%)$ ] zu.

**Lösung zu 3**

Das Beta der Aktie liegt bei 0,8:

$$\beta_{\text{Aktie}} = \frac{0,60 \times 0,40}{0,30} = 0,8.$$

Eine alternative und praktikablere Methode, um das Beta zu berechnen, erfolgt mit der Steigung der Regressionsgeraden im Marktmodell.<sup>41</sup> Die Regressionsgleichung ( $r_{i,t} = \alpha_i + \beta_i r_{M,t} + \varepsilon_{i,t}$ ) misst den Zusammenhang zwischen der abhängigen Variablen (Aktienrendite  $r_i$ ) und der unabhängigen Variablen (Marktrendite  $r_M$ ). Die Steigung der Regressionsgeraden entspricht dem Beta der Aktie, das die Veränderung der Aktienrendite hinsichtlich einer Veränderung der Marktrendite misst. Demnach ist das Beta ein Maß für das Marktrisiko bzw. das systematische Risiko einer Aktie. Abb. 4.7 zeigt die Schätzung des Betas anhand der einfachen linearen Regressionsanalyse.

Die Regressionsgerade wird durch die Methode der kleinsten Quadrate bestimmt. Bei dieser Methode werden die vertikalen Abstandsquadrate zwischen den beobachteten Aktienrenditen ( $r_{i,t}$ ) und den diesbezüglichen Werten auf der Regressionsgeraden ( $r'_{i,t}$ ) bzw. die Residuenabweichungen ( $\varepsilon_{i,t}$ ) minimiert.<sup>42</sup>

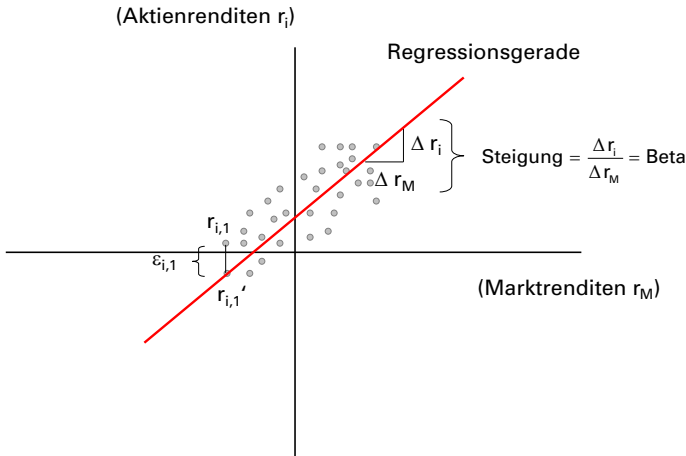
$$\sum_{t=1}^T \varepsilon_{i,t}^2 = \sum_{t=1}^T (r_{i,t} - r'_{i,t})^2 \Rightarrow \text{minimieren} \quad (4.29)$$

Die Steigung der Regressionsgeraden stellt das Beta der Aktie dar und kann mit (4.27) berechnet werden.<sup>43</sup>

<sup>41</sup> Für das Marktmodell vgl. Abschn. 4.2. Im CAPM wird die Berechnung des Betas mit der Regression zwischen den Renditen und nicht mit den über dem risikolosen Zinssatz liegenden Renditen der Aktie und des Marktes durchgeführt.

<sup>42</sup> Für die Methode der kleinsten Quadrate vgl. Abschn. 4.2.3.

<sup>43</sup> Die Regressionsgerade verläuft nach der Methode der kleinsten Quadrate durch das arithmetische Mittel der X-Werte ( $\bar{X}$ ) und das arithmetische Mittel der Y-Werte ( $\bar{Y}$ ). Der X-Wert entspricht der unabhängigen Variablen ( $r_M$ ), während der Y-Wert die abhängige Variable ( $r_i$ ) reflektiert. Die Funktion der Regressionsgeraden ist:  $Y' = a + bx$ . Der Regressionskoeffizient  $b$  lässt sich wie folgt berechnen:  $b = \frac{\sum[(x-\bar{x})(y-\bar{y})]}{\sum(x-\bar{x})^2} = \frac{\text{Cov}_{X,Y}}{\sigma_X^2}$ .



**Abb. 4.7** Schätzung des historischen Betas

Der Determinationskoeffizient bzw. das  $R^2$  zeigt, wie gut die unabhängige Variable (die Marktrendite) die abhängige Variable (die Aktienrendite) erklärt. Diese Kennzahl illustriert den Anteil des Aktienrisikos, der auf das Marktrisiko zurückgeführt werden kann. Demnach beschreibt der Ausdruck  $(1 - R^2)$  das titelspezifische bzw. unsystematische Risiko.<sup>44</sup>

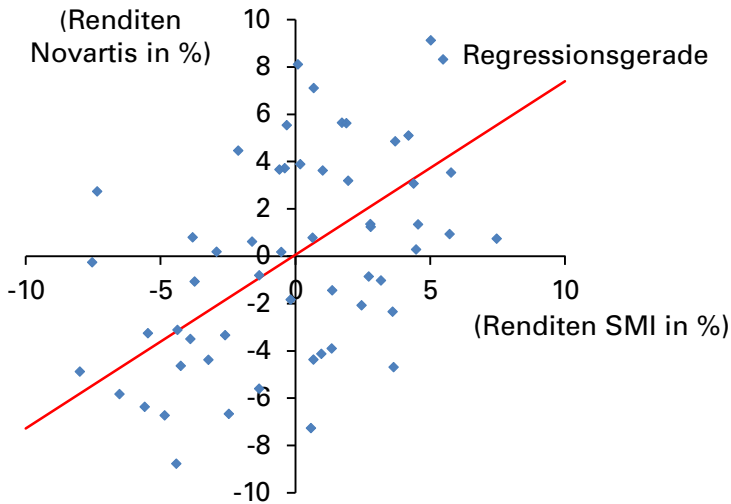
Abb. 4.8 zeigt die einfache lineare Regressionsanalyse für die Schätzung des Betas von 0,734 der Novartis-Aktie. Dabei wurden 60 monatliche Renditen über eine Zeitdauer von 5 Jahren – zwischen Ende September 2007 und Ende August 2012 – verwendet.<sup>45</sup> Wird das Beta gegen den langfristigen erwarteten Wert von 1 korrigiert, ergibt sich ein Beta der Novartis-Aktie von 0,823  $(= 0,333 + 0,667 \times 0,734)$ .

Es gibt verschiedene Finanzinformationsdienstleister – wie Bloomberg, Barra, Factiva, Standard and Poor's und Value Line –, die das Beta verschiedener Aktien berechnen und veröffentlichen. Die Betas werden aufgrund einer Regression mit historischen Daten ermittelt und dann mit bestimmten Verfahren angepasst, damit das zukünftige Risiko besser reflektiert ist.<sup>46</sup> Die meisten Finanzinformationsdienstleister geben nicht an, wie sie das Beta adjustieren. Darüber hinaus machen sie üblicherweise auch keine Angaben über das verwendete Marktportfolio, den Zeithorizont der Regression und die Frequenz der historischen Renditen (täglich, wöchentlich, monatlich oder jährlich).

<sup>44</sup> Das Beta besitzt wie jede andere statistisch geschätzte Größe auch einen statistischen Fehler. Die Abweichung des Betas vom wahren Wert kann über ein Konfidenzintervall angegeben werden. Vgl. Abschn. 4.2.3.

<sup>45</sup> Der Determinationskoeffizient liegt bei 0,3789. Demnach werden durch die Veränderung des SMI rund 38 % der Renditestreuung der Novartis-Aktien erklärt. Die Steigung der Regressionsgeraden weist eine t-Statistik von 5,948 auf und ist daher statistisch signifikant. Vgl. Abschn. 4.2.3.

<sup>46</sup> Vgl. Abschn. 4.2.5.



**Abb. 4.8** Beta der Novartis-Aktien

Das historische Beta, das für die Ermittlung der erwarteten Rendite eingesetzt wird, beruht auf der Annahme, dass die Vergangenheit der beste Indikator für die Zukunft ist. Verändert sich die Risikolage eines Unternehmens jedoch, so trifft diese Annahme nicht mehr zu. Um diese Veränderungen zu berücksichtigen, muss demnach das Beta angepasst werden.

Grundsätzlich müssen bei einer Regression die folgenden drei Entscheide getroffen werden:

- Länge der Zeitperiode für die Regression,
- Renditeintervalle,
- Wahl des Marktindexes.

Die Mehrheit der Finanzinformationsdienstleister, deren methodische Ansätze in Teilen bekannt sind, verwendet einen Zeithorizont für die Regression der Renditen von 5 Jahren mit 60 monatlichen Renditen (so z. B. Morningstar/Ibbotson, Merrill Lynch und Compustat). Im Gegensatz dazu benutzt zum Beispiel Bloomberg standardmäßig eine Periode von 2 Jahren mit wöchentlichen Renditedaten, die der Benutzer wahlweise ändern kann. Je länger die Datenreihe ist, desto mehr Daten stehen zur Verfügung. Dies führt zu einem kleineren statistischen Fehler. Allerdings kann sich die Risikosituation eines Unternehmens auch verändern (z. B. durch eine Veränderung des Geschäftsmodells, eine Akquisition oder einen höheren operativen und/oder finanziellen Leverage), sodass lange Zeitreihen das aktuelle Risiko nicht mehr korrekt wiedergeben.

Aktienrenditen sind erhältlich auf Jahres-, Monats-, Wochen-, Tages- und Intra-Tagesbasis. Bei Tages- oder Intra-Tagesrenditen erhöht sich zwar die Anzahl an Beobachtungen in der Regression, dies kann allerdings zu einem falschen Beta führen, da es Tage oder Stunden gibt, an denen die Aktie nicht gehandelt wird.<sup>47</sup> Insbesondere kleine Unternehmen können von einem nicht erfolgten Aktienhandel betroffen sein, wenn tägliche Renditen in der Regression benutzt werden.

In der Regel wählt man denjenigen Marktindex des Heimatlandes, an dem die Aktie gehandelt wird. Beispielsweise wird für britische Aktien der FTSE (Financial Times Stock Exchange), für japanische Aktien der Nikkei, für deutsche Aktien der DAX und für US-Aktien der NYSE Composite (New York Stock Exchange) oder der S&P 500 verwendet.<sup>48</sup> Dieses Vorgehen führt zu einem angemessenen Beta für die im Heimatmarkt domizilierten Investoren, während dies für ausländische Anleger nicht der beste Ansatz ist. Vielmehr sollte man bei der Berechnung für im Ausland ansässige Investoren einen internationalen Index wie etwa den MSCI (Morgan-Stanley-Capital-Index) benutzen.

Finanzinformationsdienstleister veröffentlichen aufgrund unterschiedlicher Betrachtungsperioden, Renditeintervalle, Marktindizes und Adjustierungsmethoden für das Beta verschieden hohe Betas für dieselbe Aktie.<sup>49</sup>

### 4.4.3 Die Wertpapiermarktlinie

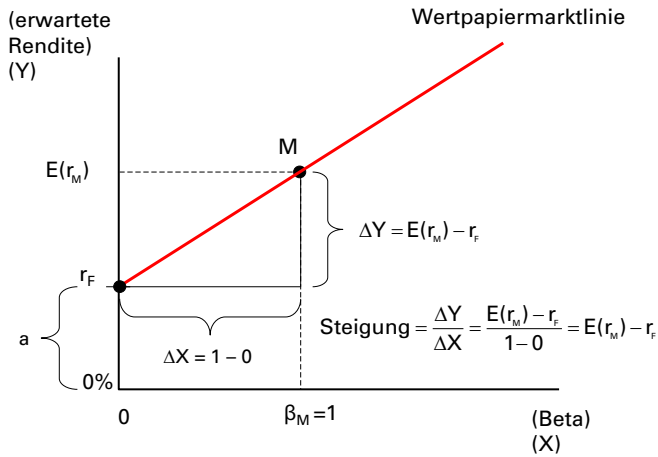
Die Wertpapiermarktlinie (Security Market Line) ist eine graphische Darstellung des CAPM, wobei sich das Beta als Risikogröße auf der X-Achse und die erwartete Rendite auf der Y-Achse befinden. Die Beziehung zwischen der erwarteten Rendite und dem Risiko ist im CAPM linear. Ist man in der Lage zwei Rendite-Risiko-Punkte zu definieren, kann die Wertpapiermarktlinie bestimmt werden. Eine der Annahmen im CAPM lautet,

---

<sup>47</sup> Dieser Nicht-Handel-Fehler ergibt sich, weil die Aktienrenditen 0 % sind, wenn sie nicht gehandelt werden. Demgegenüber hat sich der Aktienmarkt in dieser Zeit verändert, da Aktien auf dem Markt gekauft und verkauft wurden. Eine solche Datenreihe führt zu einem niedrigeren Korrelationskoeffizienten zwischen den Aktien- und den Marktrenditen, was ein niedrigeres Beta zur Folge hat.

<sup>48</sup> Es gibt Aktienindizes, die von einigen wenigen Aktien dominiert werden. So wird beispielsweise der DAX von den 8 Aktien Bayer, Siemens, Daimler, SAP, BASF, Allianz, Deutsche Telekom und BMW beherrscht, die Anfang Januar 2015 rund 59 % des Indexes ausmachten. Die restlichen 41 % verteilen sich auf die übrigen 22 DAX-Titel. Der SMI wird lediglich von den 3 Aktien Novartis, Nestlé und Roche dominiert, die zusammen rund 60 % des Indexwerts bilden. Die übrigen 17 Titel im SMI machen rund 40 % der Marktkapitalisierung aus. Wird ein Aktienindex nur durch wenige Aktien geprägt, so stellen die berechneten Betas eine schlechte Marktrisikogröße dar. Diejenigen Aktien, die den Index beherrschen, weisen ein Beta von gegen 1 auf. Alle übrigen Beteiligungspapiere besitzen stark variierende Betas. Die Summe der gewichteten Betas von sämtlichen Aktien im Index ist 1.

<sup>49</sup> So kann beispielsweise ein Beta, das mit täglichen Renditen berechnet wird, wesentlich von einem Beta abweichen, das von wöchentlichen oder monatlichen Kursbewegungen abgeleitet wird.



**Abb. 4.9** Wertpapiermarktlinie

dass man Geld zu einem identischen risikolosen Zinssatz anlegen und aufnehmen kann. Dies führt zum ersten Rendite-Risiko-Punkt von  $r_F$  in Abb. 4.9. Eine weitere Annahme des CAPM ist, dass Investoren über homogene Erwartungen verfügen und demnach in das gleiche risikobehaftete optimale Portfolio investieren. Dieses Marktportfolio (M) weist ein Beta von 1 auf und besitzt eine erwartete Rendite  $[E(r_M)]$ . Die Wertpapiermarktlinie geht durch die beiden Rendite-Risiko-Punkte  $r_F$  und M und ist in Abb. 4.9 aufgeführt.

Die Wertpapiermarktlinie ist eine Gerade, die durch die Gleichung  $Y = a + bX$  gegeben ist. Die abhängige Variable  $Y$  umfasst die erwartete Rendite der Anlage  $i$ , während die unabhängige Variable  $X$  das Beta der Anlage  $i$  widerspiegelt. In Abb. 4.9 stellt der Achsenabschnitt ( $a$ ) den risikolosen Zinssatz ( $r_F$ ) dar, während die Steigung der Wertpapiermarktlinie ( $b$ ) durch die Differenz zwischen der erwarteten Rendite des Marktportfolios und dem risikolosen Zinssatz gegeben ist. Dieser Zusammenhang führt zu folgender Formel für die erwartete Rendite einer Anlage  $i$ :

$$E(r_i) = r_F + [E(r_M) - r_F] \beta_i. \quad (4.30)$$

Das CAPM zeigt, dass der primäre Einflussfaktor der erwarteten Rendite einer Anlage das Beta ist bzw. das Maß für die Frage, wie stark die Renditen der Anlage mit den Markttrenditen korrelieren. Es besteht ein positiver Zusammenhang zwischen der erwarteten Rendite und dem Beta. Anlagen mit einem Beta größer als 1 verfügen über eine erwartete Rendite, die höher als diejenige des Marktes ist. Demgegenüber besitzen Aktien mit einem Beta unter 1 eine im Vergleich zum Markt niedrigere erwartete Rendite. Weist die Aktie ein negatives Beta auf, kann dies zu einer erwarteten Rendite führen, die unter dem risikolosen Zinssatz liegt.

Die Kapitalmarktlinie und die Kapitalallokationslinie spiegeln die erwartete Rendite und das Risiko eines effizienten Portfolios wider, das sich aus der risikolosen Anlage und

einer auf der Effizienzkurve liegenden risikobehafteten Anlagekombination zusammensetzt. Die Wertpapiermarktlinie hingegen kann für die Berechnung der erwarteten Rendite und des Risikos von einzelnen Anlagen oder Portfolios angewandt werden. Ein weiterer wichtiger Unterschied liegt in der verwendeten Risikogröße. Die Kapitalallokationslinie und die Kapitalmarktlinie definieren das Risiko über die Standardabweichung, die das Gesamtrisiko des Portfolios wiedergibt. Die effizienten Portfolios in den beiden Modellen sind gut diversifiziert, sodass das Gesamtrisiko dem nicht diversifizierbaren systematischen Risiko entspricht. Im Gegensatz dazu ist das Risiko im CAPM durch das Beta gegeben, das eine Markttrisikogröße darstellt.

### Beispiel

#### Berechnung der erwarteten CAPM-Rendite

Das Marktportfolio weist eine erwartete Rendite von 12 % und eine Standardabweichung von 30 % auf. Der risikolose Zinssatz beträgt 2 %.

1. Eine Aktie besitzt eine Standardabweichung der Renditen von 40 %. Die Korrelation zwischen den Aktien- und Marktrenditen beträgt 0. Wie hoch ist die erwartete CAPM-Rendite der Aktie?
2. Eine weitere Aktie verfügt über eine Standardabweichung der Renditen von 40 %, wobei sich der Korrelationskoeffizient zwischen den Aktien- und Marktrenditen auf 0,7 beläuft. Wie hoch ist die erwartete CAPM-Rendite der Aktie?

### Lösung zu 1

Das Beta der Aktie von 0 kann wie folgt berechnet werden:

$$\beta_{\text{Aktie}} = \frac{\rho_{i,M}\sigma_i}{\sigma_M} = \frac{0 \times 0,40}{0,30} = 0.$$

Die erwartete CAPM-Rendite der Aktie beträgt 2 %:

$$E(r_{\text{Aktie}}) = 2\% + (12\% - 2\%) \times 0 = 2\%.$$

Da die Aktie kein Markttrisiko besitzt, ist die Risikoprämie – also die Markttrisikoprämie multipliziert mit dem Beta – 0 %. Die erwartete CAPM-Rendite der Aktie entspricht somit dem risikolosen Zinssatz von 2 %.

### Lösung zu 2

$$\beta_{\text{Aktie}} = \frac{\rho_{i,M}\sigma_i}{\sigma_M} = \frac{0,70 \times 0,40}{0,30} = 0,933$$

$$E(r_{\text{Aktie}}) = 2\% + (12\% - 2\%) \times 0,933 = 11,33\%$$

Im Vergleich zum Markt ( $\beta = 1$ ) ist das Beta der Aktie von 0,933 kleiner, was zu einer erwarteten CAPM-Rendite von 11,33 % führt, die niedriger als die erwartete Marktrendite von 12 % ist.

Die Wertpapiermarktlinie kann sowohl für die Berechnung der erwarteten Rendite von einzelnen Aktien als auch für ein Aktienportfolio eingesetzt werden. Zum Beispiel verfügt ein Portfolio über zwei Anlagen. Die erwartete Rendite dieses Zwei-Anlagen-Portfolios  $[E(r_P)]$  lässt sich wie folgt ermitteln:

$$E(r_P) = w_1 E(r_1) + w_2 E(r_2), \quad (4.31)$$

wobei:

$w_1$  = prozentualer Anteil der Anlage 1 im Portfolio,

$E(r_1)$  = erwartete Rendite der Anlage 1.

Wird in der oben stehenden Formel die erwartete Rendite der einzelnen Anlagen mit (4.30) ersetzt, gelangt man zu folgender Gleichung für die erwartete Portfoliorendite:<sup>50</sup>

$$\begin{aligned} E(r_P) &= w_1 r_F + w_1 \beta_1 [E(r_M) - r_F] + w_2 r_F + w_2 \beta_2 [E(r_M) - r_F] \\ &= r_F + (w_1 \beta_1 + w_2 \beta_2) [E(r_M) - r_F]. \end{aligned} \quad (4.32)$$

Die Formel zeigt, dass das Beta des Zwei-Anlagen-Portfolios ( $\beta_P$ ) aus der Summe der gewichteten Betas der beiden Anlagen besteht ( $\beta_P = w_1 \beta_1 + w_2 \beta_2$ ). Demnach kann das Portfoliobeta als Summe der gewichteten Einzelbetas berechnet werden:

$$\beta_P = \sum_{i=1}^N w_i \beta_i, \quad (4.33)$$

wobei:

$$\sum_{i=1}^N w_i = 1.$$

Die erwartete Portfoliorendite lässt sich gemäß CAPM wie folgt bestimmen:

$$E(r_P) = r_F + [E(r_M) - r_F] \beta_P. \quad (4.34)$$

Es besteht eine lineare Beziehung zwischen der erwarteten Portfoliorendite und dem Portfoliobeta bzw. dem Marktrisiko.

<sup>50</sup>  $w_1 r_F + w_2 r_F = r_F (w_1 + w_2) = r_F$ ; weil  $w_1 + w_2 = 1$ .

**Beispiel****Erwartete CAPM-Rendite und Beta eines Portfolios**

Ein Portfoliomanager hat EUR 500.000 in BuBills angelegt, die eine erwartete Rendite von 2 % aufweisen. Des Weiteren besteht das Portfolio aus Exchange Traded Funds auf den HDAX (das Marktportfolio) mit einem Marktwert von EUR 1.000.000. Die erwartete Rendite und die Standardabweichung der ETFs auf den HDAX liegen bei 15 % respektive 30 %. Im Portfolio befinden sich auch Aktien der Linde AG mit einem Beta von 0,82. Der Marktwert der Aktienposition von Linde beläuft sich auf EUR 1.000.000. Wie hoch ist die erwartete Rendite dieses Portfolios anhand des CAPM?

**Lösung**

Zunächst ist das Portfoliobeta zu berechnen. Die BuBills weisen ein Beta von 0 auf, während die ETFs auf den HDAX ein Beta von 1 besitzen. Das Portfoliobeta von 0,728 kann folgendermaßen berechnet werden:

$$\beta_P = w_1\beta_1 + w_2\beta_2 + w_3\beta_3 = 0,2 \times 0 + 0,4 \times 1 + 0,4 \times 0,82 = 0,728.$$

Die erwartete CAPM-Rendite des Portfolios beträgt 11,46 %:

$$E(r_P) = r_F + [E(r_M) - r_F] \beta_P = 2\% + (15\% - 2\%) \times 0,728 = 11,46\%.$$

Alternativ könnte man zunächst die erwarteten Renditen der einzelnen Anlagen nach dem CAPM ausrechnen. Die erwartete Portfoliorendite ergibt sich in einem zweiten Schritt aus der Summe der gewichteten Einzelrenditen.

$$E(r_{\text{BuBills}}) = 2\% + (15\% - 2\%) \times 0 = 2\%$$

$$E(r_{\text{ETF HDAX}}) = 2\% + (15\% - 2\%) \times 1 = 15\%$$

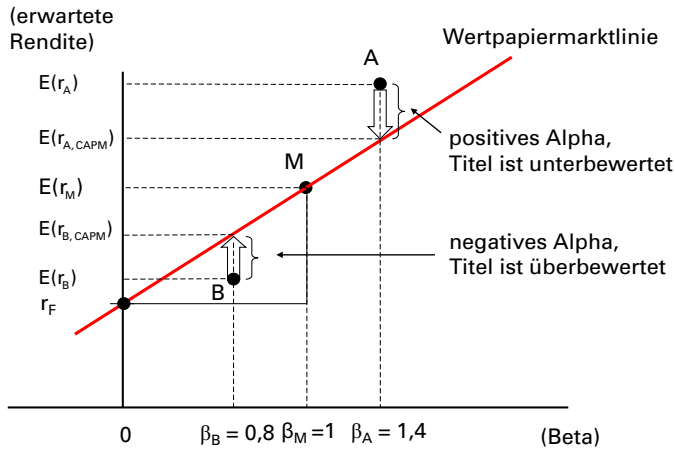
$$E(r_{\text{Linde}}) = 2\% + (15\% - 2\%) \times 0,82 = 12,66\%$$

$$E(r_P) = 0,2 \times 2\% + 0,4 \times 15\% + 0,4 \times 12,66\% = 11,46\%$$

Die erwartete Portfoliorendite beträgt ebenfalls 11,46 %.

**4.4.4 Gleichgewichtsmodell**

Das CAPM unterstellt, dass die Investoren homogene Erwartungen haben und sich rational, risikoavers und nutzenmaximierend verhalten. Diese Annahmen führen dazu, dass sämtliche Investoren identische Werte für die einzelnen Anlagen berechnen und demzufolge das gleiche risikobehaftete optimale Portfolio – das Marktportfolio – konstruieren. Werden die zukünftigen Cashflows einer Anlage mit der erwarteten Rendite diskontiert, lässt sich der Preis (innere Wert) einer Anlage bestimmen. Verfügen sämtliche Investoren über die gleichen Erwartungen hinsichtlich der zukünftigen Cashflows und der erwarteten



**Abb. 4.10** CAPM als Gleichgewichtsmodell

Rendite, gelangen sie zum gleichen Wert der Anlage. Die im CAPM aufgeführte Annahme der strengen Informationseffizienz der Märkte (homogene Erwartungen) hat zur Folge, dass alle Anlagen richtig bewertet sind und daher auf der Wertpapiermarktlinie liegen.

Im Gleichgewicht liegen alle Anlagen und Portfolios auf der Wertpapiermarktlinie. Eine Aktie ist unterbewertet, wenn deren Marktpreis niedriger als der innere Wert ist. Der zu niedrige Aktienpreis kommt zustande, weil die erwartete Rendite im Vergleich zum Marktrisiko zu hoch ist. Jede Anlage mit einer erwarteten Rendite, die über derjenigen der Wertpapiermarktlinie liegt, ist unterbewertet. Demgegenüber ist eine Aktie überbewertet, wenn die erwartete Rendite unter der Wertpapiermarktlinie ist. Sind Titel unterbewertet, werden sie von den Marktteilnehmern gekauft, was zu einem höheren Preis und zu einer niedrigeren erwarteten Rendite führt. Die Preiskorrektur auf dem Markt findet so lange statt, bis die Anlage im Gleichgewicht ist bzw. sich die erwartete Rendite auf der Wertpapiermarktlinie befindet. Ist eine Aktie hingegen überbewertet, wird sie verkauft. Das hat einen niedrigeren Preis und eine höhere erwartete Rendite zur Folge. Hat sich durch die Verkäufe das Gleichgewicht wieder eingestellt, liegt die erwartete Rendite des Beteiligungspapiers auf der Wertpapiermarktlinie. Abb. 4.10 zeigt diesen Zusammenhang.

In Abb. 4.10 ist die Anlage A unterbewertet, weil die erwartete Rendite des Wertpapiers höher ist als diejenige, die sich mittels des CAPM ermitteln lässt. Das Alpha, welches durch den vertikalen Abstand zwischen dem Rendite-Risiko-Punkt A bzw. B und der Wertpapiermarktlinie gegeben ist, ist im Falle einer unterbewerteten Anlage positiv, während ein überbewerteter Titel ein negatives Alpha aufweist. Der Portfoliomanager kann mithilfe der Wertpapieranalyse (Fundamentalanalyse) die erwartete Rendite einer Aktie durch den prognostizierten Kapitalgewinn bzw. -verlust und die Dividendenrendite bestimmen.<sup>51</sup> Das Alpha der Anlage stellt die Differenz zwischen der erwarteten Rendite

<sup>51</sup> Vgl. Abschn. 6.3.

und der gemäß CAPM von den Investoren verlangten Rendite dar:

$$\text{Alpha} = \left( \frac{(P_1 - P_0)}{P_0} + \frac{\text{Div}_1}{P_0} \right) - (r_F + [E(r_M) - r_F] \beta), \quad (4.35)$$

wobei:

$P_0$  = Preis der Aktie zu Beginn der Periode,

$P_1$  = Preis der Aktie am Ende der Periode,

$\text{Div}_1$  = Dividende der Aktie, die am Ende der Periode anfällt.

Kaufen die Marktteilnehmer die unterbewertete Aktie A, steigt deren Preis. Setzt man in die oben stehende Formel einen höheren Preis für  $P_0$  ein, fällt die erwartete Rendite, was zu einem niedrigeren Alpha führt. Dieser Kaufprozess dauert so lange, bis das Alpha 0 % ist bzw. die Aktie richtig bewertet ist (Marktpreis = innerer Wert). Das CAPM ist ein Gleichgewichtsmodell. Sind einzelne Aktien auf dem Markt unter- oder überbewertet, findet eine Preiskorrektur statt, bis sich diese Anlagen wieder auf der Wertpapiermarktklinie befinden.

Ist der Markt informationseffizient, liegen sämtliche Anlagen auf der Wertpapiermarktklinie, weil alle zur Verfügung stehenden Informationen in den Preisen enthalten sind und demnach keine Fehlbewertungen vorliegen. Bei einem Markt, der nicht vollständig informationseffizient ist, gibt es unter- und überbewertete Anlagen, weil nicht alle Marktteilnehmer über die preisrelevanten Informationen verfügen. Ist ein Investor in der Lage, fehlbewertete Anlagen zu identifizieren, kann er im Vergleich zu einem durchschnittlichen Anleger eine höhere Rendite erzielen (Alpha).

### Beispiel

#### Unter- und überbewertete Anlagen

Ein Analyst bei einer Bank untersucht die drei Aktien der Unternehmen Delta, Gamma und Vega. Mithilfe der Fundamentalanalyse bestimmt er für die drei Aktien folgende erwartete Preise und Dividenden in 1 Jahr:

Aktien	Aktuelle Preise ( $P_0$ )	Erwartete Preise ( $P_1$ )	Erwartete Dividenden ( $\text{Div}_1$ )
Delta	EUR 50	EUR 52	EUR 2,00
Gamma	EUR 90	EUR 99	EUR 0,90
Vega	EUR 70	EUR 80	EUR 1,50

Der Analyst berechnet mit einer einfachen linearen Regressionsanalyse die Betas der drei Aktien. Das Beta von Delta beträgt 1,2, während die Betas von Gamma und Vega bei 1,5 respektive bei 1,6 liegen. Unverzinsliche Schatzanweisungen der Bundesrepublik Deutschland (BuBills) mit einer Laufzeit von 1 Jahr weisen eine Rendite von 2 % auf. Beim DAX wird eine Rendite von 8 % erwartet.

1. Wie hoch ist das Alpha der Delta-Aktie und wie lautet der Anlageentscheid?
2. Wie hoch ist das Alpha der Gamma-Aktie und wie lautet der Anlageentscheid?
3. Wie hoch ist das Alpha der Vega-Aktie und wie lautet der Anlageentscheid?

**Lösung zu 1**

$$\begin{aligned}\text{Alpha}_{\text{Delta}} &= \left[ \frac{(\text{EUR } 52 - \text{EUR } 50) + \text{EUR } 2}{\text{EUR } 50} \right] - [0,02 + (0,08 - 0,02) \times 1,2] \\ &= -0,012\end{aligned}$$

Die Delta-Aktie weist ein negatives Alpha von 0,012 auf. Die Aktie ist überbewertet und der Analyst wird eine Verkaufsempfehlung herausgeben.

**Lösung zu 2**

$$\begin{aligned}\text{Alpha}_{\text{Gamma}} &= \left[ \frac{(\text{EUR } 99 - \text{EUR } 90) + \text{EUR } 0,90}{\text{EUR } 90} \right] - [0,02 + (0,08 - 0,02) \times 1,5] \\ &= 0\end{aligned}$$

Die Gamma-Aktie ist richtig bewertet und liegt demzufolge auf der Wertpapiermarktlinie. Die Anlageempfehlung lautet auf Halten.

**Lösung zu 3**

$$\begin{aligned}\text{Alpha}_{\text{Vega}} &= \left[ \frac{(\text{EUR } 80 - \text{EUR } 70) + \text{EUR } 1,50}{\text{EUR } 70} \right] - [0,02 + (0,08 - 0,02) \times 1,6] \\ &= 0,0483\end{aligned}$$

Die Vega-Aktie besitzt ein positives Alpha von 0,0483 und ist demnach unterbewertet. Die Aktie wird zum Kauf empfohlen.

#### 4.4.5 Empirische Relevanz des CAPM

Das CAPM ist wie jedes Modell grundsätzlich der Versuch, die Realität abzubilden. Durch die realitätsfremden und vereinfachten Annahmen der zugrunde liegenden Theorie erfasst es jedoch nicht sämtliche Attribute der Wirklichkeit und ist nur schwer überprüfbar. Beim CAPM werden entsprechend die Voraussagen des Modells überprüft. Dabei sind im CAPM einerseits die Effizienz des Marktportfolios und andererseits die lineare Beziehung zwischen der erwarteten Rendite und dem Beta zu untersuchen.

Ein Modell kann grundsätzlich mit normativen und positiven Testverfahren überprüft werden. Normative Tests untersuchen die Annahmen, während sich die positiven Tests mit den Voraussagen auseinandersetzen. Sind die Annahmen eines Modells gültig und ist die mathematische Herleitung fehlerfrei, stimmen die Voraussagen des Modells. Das CAPM verfügt über vereinfachte Annahmen, welche die Komplexität und Vielfalt der Realität nicht wiedergeben. Daher erscheinen normative Tests des CAPM, welche die unrealistischen Annahmen untersuchen, nicht sinnvoll. In diesem Zusammenhang ist zu erwähnen,

das üblicherweise vereinfachte Annahmen unterstellt werden müssen, um ein Modell zu entwickeln, das praktikabel und robust ist. Ein Modell ist in Bezug auf die getroffenen Annahmen robust, wenn deren Voraussagen nicht zu stark von den unterstellten Annahmen abhängen. Benutzt man Annahmen, welche die Robustheit des Modells nicht wesentlich beeinflussen, sind die Voraussagen trotz der vorgenommenen Vereinfachungen angemessen. Dabei beurteilen positive Tests das Modell hinsichtlich der empirischen Relevanz ihrer Aussagen. Ein positiver Test überprüft die Robustheit des CAPM, weil die unrealistischen Annahmen einen normativen Test unmöglich machen.

Die Voraussagen des CAPM beinhalten, dass das Marktportfolio hinsichtlich Rendite und Risiko effizient ist und dass die Wertpapiermarktklinie die erwartete Rendite und das Risiko von richtig bewerteten Anlagen mit einem Alpha von null erklärt. Die zweite Voraussage lässt sich von der ersten ableiten, sodass beide Voraussagen von einem Test des effizienten Marktportfolios abhängen. Das Hauptproblem dieses positiven Tests besteht darin, dass das Marktportfolio nicht beobachtbar ist. Das Marktportfolio umfasst alle risikobehafteten Anlagen, die von Investoren gekauft und verkauft werden können.<sup>52</sup> Ein Aktienindex wie beispielsweise der DAX oder der HDAX beinhaltet lediglich einen Bruchteil aller handelbaren Anlagen.<sup>53</sup> Nimmt man im CAPM als Annäherung zum Marktportfolio den HDAX, dann können daraus zwei Fehler entstehen. Erstens kann das Beta falsch sein, weil der HDAX das systematische Risiko des wahren Marktportfolios nicht angemessen widerspiegelt. Zweitens kann die Wertpapiermarktklinie falsch sein, weil sie durch den risikolosen Zinssatz und den HDAX und nicht durch das Marktportfolio verläuft. Bereits geringe Abweichungen von der Effizienz des Marktportfolios können zu wesentlichen Veränderungen der Wertpapiermarktklinie bzw. der Beziehung zwischen der erwarteten Rendite und dem Beta führen, was den praktischen Nutzen des CAPM infrage stellt.

Das Testen des CAPM beschränkt sich auf die Beziehung zwischen der erwarteten Rendite und dem Beta, weil das Marktportfolio nicht beobachtet werden kann. Dabei wird als Annäherung zum Marktportfolio ein Aktienindex wie zum Beispiel der S&P 500 verwendet.<sup>54</sup> Die empirischen Tests beziehen sich einerseits auf die Stabilität des Betas und andererseits auf die lineare Beziehung zwischen der erwarteten Rendite und dem Beta. Um die Wertpapiermarktklinie zu überprüfen, werden der Achsenabschnitt – der risikolose Zinssatz – und die Steigung der Geraden – die Markttrisikoprämie – untersucht.

Eine Vielzahl von empirischen Studien hat die Stabilität des Betas analysiert. Die Studien kommen generell zu dem Schluss, dass das Beta einzelner Aktien nicht stabil ist, während das Beta von Aktienportfolios weitestgehend stabil zu sein scheint.<sup>55</sup> Die Stabi-

<sup>52</sup> Die Kritik von Roll (Roll's Critique) zeigt die Schwierigkeiten, die beim Testen des CAPM entstehen, weil das Marktportfolio nicht beobachtet werden kann. Vgl. Roll 1977: A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests: Part I: On Past and Potential Testability of the Theory, S. 129 ff.

<sup>53</sup> Das Marktportfolio umfasst alle handelbaren risikobehafteten Anlagen wie Liegenschaften, Edelmetalle, Sammlungen von Briefmarken, Juwelen und andere werthaltige Anlagen.

<sup>54</sup> Der S&P 500 stellt einen guten Indikator für die Entwicklung des gesamten US-Aktienmarktes dar, weil der Index rund 80 % der Marktkapitalisierung von US-Aktien wiedergibt.

<sup>55</sup> Vgl. z. B. Levy 1971: On the Short-Term Stationarity of Beta Coefficients, S. 55 ff.

lität des Betas eines Portfolios nimmt zu, je größer die Anzahl Aktien im Portfolio (z. B. mehr als 50 Aktien) und je länger die Zeitperiode (mehr als 26 Wochen) ist. Weiter zeigen empirische Studien, dass das Beta langfristig gegen 1 geht.<sup>56</sup> Ein weiterer Faktor, der die Stabilität des Betas beeinflusst, ist die gewählte historische Zeitperiode für die Berechnung und das Testen des Betas. Empirische Studien gelangen zu dem Schluss, dass eine längere Zeitperiode eine höhere Stabilität individueller Betas zur Folge hat.<sup>57</sup> Zum Beispiel zeigt eine Studie von Roenfeldt, Griepentrog und Pflamm (1978), dass ein berechnetes Beta aus 48 Monaten das Beta für die nächsten 12 Monate unzureichend genau prognostiziert, während die Schätzungen für die Betas der nächsten 24, 36 und 48 Monate als durchaus adäquat beschrieben werden.<sup>58</sup> Eine weitere Studie von Carpenter und Upton (1981) zeigt, dass ein um das Handelsvolumen korrigiertes Beta zu einer besseren Voraussage führt.<sup>59</sup>

Die wesentliche Frage ist jedoch, ob das CAPM für die Schätzung der erwarteten Rendite geeignet ist bzw. ob eine lineare Beziehung zwischen der erwarteten Rendite und dem systematischen Risiko besteht. Ältere empirische Studien unterstützen mehrheitlich die Validität des CAPM und beschreiben eine positive, fast lineare Beziehung zwischen der erwarteten Rendite und dem Risiko.<sup>60</sup> Die Studien thematisieren auch den Achsenabschnitt, der im Vergleich zum risikolosen Zinssatz höher ist. Diese Beobachtung ist entweder mit einem Zero-Beta-Modell oder mit einem höheren Geldaufnahmesatz konsistent. Eine Studie von Fama und MacBeth (1973) gelangt zu dem Schluss, dass der Achsenabschnitt dem risikolosen Zinssatz entspricht, der Koeffizient für das systematische Risiko positiv und signifikant ist, der Zusammenhang zwischen Rendite und Risiko linear ist und das unsystematische Risiko nicht signifikant ist. Damit unterstützen auch die empirischen Ergebnisse von Fama und MacBeth das CAPM.<sup>61</sup>

Im Durchschnitt verfügen Aktien mit einem niedrigen Beta über ein positives Alpha (sind unterbewertet), während Aktien mit einem hohen Beta ein negatives Alpha (sind überbewertet) aufweisen. Um diese Beobachtung zu erklären, haben verschiedene Studien eine weitere Variable, nämlich die Schiefe der Renditeverteilung, berücksichtigt. Unterstellt man, dass Investoren eine positive Schiefe bevorzugen, sind sie für diese Möglichkeit mit einer niedrigeren Rendite zufrieden. Die empirischen Ergebnisse beschreiben einen positiven Zusammenhang zwischen der positiven Schiefe und der Höhe des Betas.<sup>62</sup> Demzufolge bevorzugen Investoren Aktien mit einem hohen Risiko (bzw. Beta) und einer hohen positiven Schiefe der Verteilung, weil dadurch die Möglichkeit besteht, hohe Renditen

<sup>56</sup> Für die Korrektur des Betas im Marktmodell vgl. Abschn. 4.2.5.

<sup>57</sup> Vgl. z. B. Baesel 1974: On the Assessment of Risk: Some Further Considerations, S. 1491 ff.

<sup>58</sup> Vgl. Roenfeldt et al. 1978: Further Evidence on the Stationarity of Beta Coefficients, S. 117 ff.

<sup>59</sup> Vgl. Carpenter und Upton 1981: Trading Volume and Beta Stability, S. 60 ff.

<sup>60</sup> Vgl. z. B. Sharpe und Cooper 1972: Risk-Return Classes of New York Stock Exchange Common Stocks: 1931–1967, S. 46 ff.

<sup>61</sup> Vgl. Fama und MacBeth 1973: Risk, Return and Equilibrium: Empirical Tests, S. 453 ff.

<sup>62</sup> Vgl. McEnally 1974: A Note on the Return Behavior of High Risk Common Stocks, S. 199 ff.

zu erzielen. Für die positive Schiefe sind die Anleger bereit, einen höheren Preis zu bezahlen, was zu einer überbewerteten Aktie bzw. zu einem negativen Alpha führt.

Die im Rahmen der Theorie zur Informationseffizienz der Märkte durchgeführten empirischen Untersuchungen zeigen, dass Anomalien hinsichtlich der Größe eines Unternehmens und des Kurs-Gewinn-Verhältnisses bestehen.<sup>63</sup> Die erwartete Rendite wird durch das Beta positiv beeinflusst, während ein negativer Zusammenhang zur Größe der Gesellschaft besteht. Anleger verlangen für relativ kleine Unternehmen nach Berücksichtigung des Betas eine höhere Rendite. Besitzt die Aktie ein niedriges Kurs-Gewinn-Verhältnis, erwarten die Investoren ebenfalls eine höhere Rendite. Eine Studie von Bhandari (1988) gelangt zu dem Schluss, dass zusätzlich zum Beta weitere Faktoren wie etwa das Fremdkapital-Eigenkapital-Verhältnis die erwartete Rendite einer Aktie erklären.<sup>64</sup>

Fama und French (1992) veröffentlichten eine Studie, die das CAPM infrage stellte.<sup>65</sup> Dabei wurden der Einfluss des Betas, der Größe des Unternehmens, des Kurs-Gewinn-Verhältnisses, des finanziellen Leverage und des Buchwert-Kurs-Verhältnisses auf die durchschnittlichen Renditen von US-Aktien untersucht. Einige der älteren Studien wie etwa diejenige von Fama und MacBeth (1973) haben einen statistisch signifikanten positiven Zusammenhang zwischen der Rendite und dem Beta gefunden. Im Gegensatz dazu zeigte die Studie von Fama und French aus dem Jahre 1992, dass von 1963 bis 1990 kein statistisch signifikanter Zusammenhang zwischen der erwarteten Rendite und dem Beta bestand. Vielmehr erklären andere Faktoren wie beispielsweise die Größe des Unternehmens, der finanzielle Leverage, das Kurs-Gewinn-Verhältnis und das Buchwert-Kurs-Verhältnis die durchschnittlichen Renditen von US-Aktien. Dabei stellen die Größe des Unternehmens und das Buchwert-Kurs-Verhältnis die dominanten erklärenden Variablen dar. Angesichts der Wichtigkeit der Studie von Fama und French wurden nach 1992 mehrere empirische Untersuchungen durchgeführt. Dabei unterstützen einzelne Studien die Resultate von Fama und French,<sup>66</sup> während andere wiederum zu dem Schluss gelangten, dass ein statistisch signifikanter Zusammenhang zwischen der erwarteten Rendite und dem Beta vorliegt.<sup>67</sup>

---

<sup>63</sup> Vgl. Abschn. 2.4.2.2.

<sup>64</sup> Vgl. Bhandari 1988: Debt/Equity Ratio and Expected Common Stock Returns: Empirical Evidence, S. 507 ff.

<sup>65</sup> Vgl. Fama und French 1992: The Cross Section of Expected Stock Returns, S. 427 ff.

<sup>66</sup> Vgl. Dennis et al. 1995: The Effects of Rebalancing on Size and Book-to-Market Ratio Portfolio Returns, S. 47 ff. Diese Studie zeigt, dass die erwartete Aktienrendite von der Größe des Unternehmens (Small Size Effect) und vom Buchwert-Kurs-Verhältnis abhängt. Dieser Zusammenhang ist nach wie vor vorhanden, wenn Transaktionskosten von 1 % und eine jährliche Umschichtung der Aktienportfolios berücksichtigt werden.

<sup>67</sup> Vgl. z. B. Kothari et al. 1995: Another Look at the Cross Section of Expected Stock Returns, S. 185 ff. Im Gegensatz zu Fama und French verwenden die Autoren dieser Studie jährliche und nicht monatliche Renditen, um das Handelsproblem zu umgehen. Sie finden einen statistisch signifikanten Zusammenhang zwischen erwarteter Rendite und Beta. Der statistisch signifikante Zu-

Die Ergebnisse der empirischen Untersuchungen hängen unter anderem von den verwendeten Renditen (täglich, wöchentlich, monatlich, jährlich), der Approximation des Marktportfolios (S&P 500, New York Stock Exchange usw.), der Länge der gewählten Zeitperiode und von den statistischen Methoden ab. Trotz der gemischten Resultate der empirischen Tests ist das CAPM in der Praxis weit verbreitet. Dafür gibt es mehrere Gründe. Erstens entspricht die Aufteilung des Risikos in einen systematischen und einen unsystematischen Teil einer logischen Denkweise in der Portfoliotheorie. Derzeit stellt das CAPM aufgrund seiner Praktikabilität noch immer das bestmögliche Modell für die Bestimmung der erwarteten Renditen dar. Werden in Zukunft weitere Gleichgewichtsmodelle entwickelt und empirisch verifiziert, so werden diese das CAPM vermutlich verdrängen. Weiterentwicklungen des CAPM sind Multifaktorenmodelle wie etwa die Arbitragepreis-Theorie (APT)<sup>68</sup> oder andere neue noch zu entwickelnde Modelle. Zweitens lässt sich die zentrale Schlussfolgerung des CAPM, dass das Marktportfolio effizient ist, in der Realität beobachten. Eine passive Strategie, die in einen Marktindex investiert, weist nach Abzug von Transaktions- und Managementkosten üblicherweise eine höhere Rendite als eine aktive Strategie auf.<sup>69</sup> Demzufolge ist ein Einfaktormodell mit einem erwarteten Alpha von null ein realistisches Entscheidungsmodell in der Praxis der Finanzanalyse und des Portfoliomanagements.

#### 4.4.6 Auflösung der Annahmen

Das CAPM beruht auf mehreren Annahmen. In diesem Abschnitt werden die Annahmen schrittweise aufgelöst und die Auswirkungen auf das Modell beschrieben.

Eine der Annahmen im CAPM lautet, dass Investoren zu einem identischen risikolosen Zinssatz Geld anlegen und aufnehmen können. Marktteilnehmer können mit dem Kauf von Staatspapieren wie etwa BuBills Geld zum risikolosen Zinssatz anlegen. Demgegenüber ist das Borgen von Geld zum risikolosen Zinssatz nur einem Staat mit einwandfreier Bonität vorbehalten. Die meisten Marktakteure müssen einen Aufschlag (Risikoprämie) zum risikolosen Zinssatz bezahlen, damit sie sich von einer Bank Geld ausleihen können. Dieser Zusammenhang führt zu einer geknickten Kapitalmarktlinie bzw. Wertpapiermarktlinie.<sup>70</sup>

Das von Black (1972) hergeleitete Zero-Beta-Modell benötigt für die Konstruktion der Wertpapiermarktlinie den risikolosen Zinssatz nicht.<sup>71</sup> Es existieren mehrere Portfolios, die mit dem Marktportfolio nicht korrelieren. Das Beta dieser Anlagekombinationen mit dem Marktportfolio ist jeweils null. Von diesen Portfolios wird dasjenige ausgewählt, das

---

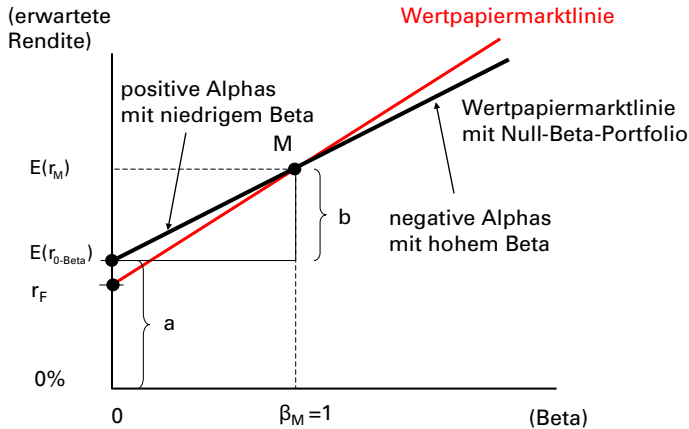
sammenhang zwischen erwarteter Rendite und Buchwert-Kurs-Verhältnis hingegen kann über eine längere als zwischen 1963 und 1990 liegende Zeitperiode nicht bestätigt werden.

<sup>68</sup> Vgl. Abschn. 5.5.

<sup>69</sup> Vgl. z. B. Malkiel 1995: Returns from Investing in Equity Mutual Funds 1971 to 1991, S. 549 ff.

<sup>70</sup> Vgl. Abschn. 3.10.

<sup>71</sup> Vgl. Black 1972: Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing, S. 444.



**Abb. 4.11** Wertpapiermarktlinie mit einem Null-Beta-Portfolio

über die niedrigste Varianz verfügt. Obwohl diese Anlagekombination keine systematischen Risiken besitzt, weist sie doch unsystematische Risiken auf. Die Kapitalmarktlinie wird durch dieses Null-Beta-Portfolio nicht beeinflusst, während sich der Verlauf der Wertpapiermarktlinie verändert. Wie Abb. 4.11 zeigt, entspricht der Achsenabschnitt der Wertpapiermarktlinie der erwarteten Rendite des Null-Beta-Portfolios. Ähnlich wie beim risikolosen Zinssatz besteht zwischen dem Portfolio mit einem Beta von null und dem Marktportfolio eine lineare Rendite-Risiko-Beziehung, weil die Kovarianz zwischen den beiden Anlagen null beträgt. Wenn man davon ausgeht, dass die erwartete Rendite des Null-Beta-Portfolios größer ist als der risikolose Zinssatz, verfügt die Wertpapiermarktlinie im Null-Beta-CAPM im Vergleich zum klassischen CAPM über einen höheren Achsenabschnitt [ $E(r_{0-Beta}) > r_F$ ] und eine geringere Steigung bzw. Markttrisikoprämie ( $[E(r_M) - E(r_{0-Beta})] < [E(r_M) - r_F]$ ). Die erwartete Rendite einer Anlage im Null-Beta-CAPM lässt sich wie folgt berechnen:

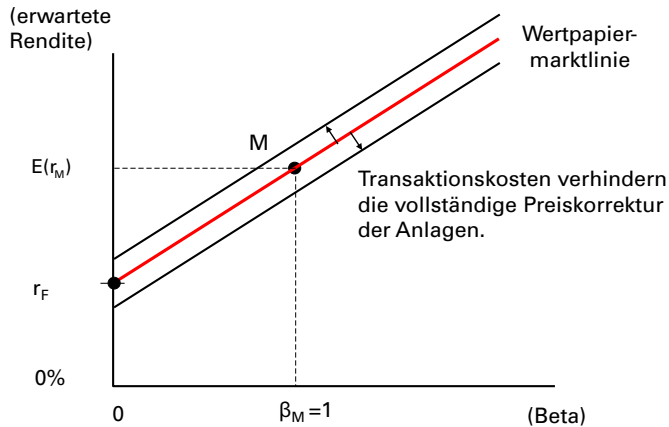
$$E(r_i) = E(r_{0-Beta}) + [E(r_M) - E(r_{0-Beta})] \beta_i, \quad (4.36)$$

wobei:

$E(r_{0-Beta})$  = erwartete Rendite des Null-Beta-Portfolios.

Die oben stehende Formel gibt die erwartete Rendite einer Anlage wieder, wenn Investoren Schwierigkeiten auf dem Markt bekunden, Geld zum risikolosen Zinssatz anzulegen bzw. aufzunehmen. Da die erwartete Rendite des Null-Beta-Portfolios größer als der risikolose Zinssatz ist, erklärt das Modell die positiven Alphas für Aktien mit einem niedrigen Beta und die negativen Alphas für Aktien mit einem hohen Beta.<sup>72</sup> Die Gültigkeit des

<sup>72</sup> Vgl. Abschn. 4.4.5.



**Abb. 4.12** Wertpapiermarktlinie mit Transaktionskosten

Modells wurde durch verschiedene empirische Studien untersucht, die jedoch zu unterschiedlichen Ergebnissen gelangen. Studien von Gibbons (1982) und Shanken (1985) verwerfen das Modell,<sup>73</sup> während zum Beispiel eine Untersuchung von Stambaugh (1982) das Null-Beta-CAPM unterstützt.<sup>74</sup>

Das CAPM unterstellt, dass beim Kauf und Verkauf von Anlagen keine Transaktionskosten anfallen. Daher kaufen und verkaufen Investoren fehlerbewertete Anlagen auf dem Markt, bis sie wieder auf der Wertpapiermarktlinie liegen. Ist beispielsweise eine Aktie überbewertet, liegt sie unterhalb der Wertpapiermarktlinie. Die erwartete Rendite der Aktie ist niedriger als die gemäß CAPM zu erwartende Rendite. Die Marktteilnehmer verkaufen die Anlage, was zu einem niedrigeren Preis und zu einer höheren erwarteten Rendite führt. Dieser Verkaufsprozess dauert so lange, bis sich die Aktie wieder auf der Wertpapiermarktlinie befindet. Unter Einbezug von Transaktionskosten werden die Marktteilnehmer jedoch nicht den gesamten Umfang der Fehlbewertung korrigieren. Ist der mögliche Gewinn aus der Fehlbewertung kleiner als die Transaktionskosten, findet keine Preiskorrektur der Anlage auf dem Markt statt. Daher liegen die Titel sehr nahe an der Wertpapiermarktlinie, aber nicht genau auf der Geraden. Abb. 4.12 zeigt, dass die Wertpapiermarktlinie durch ein Band von Anlagen und nicht durch eine einzelne Gerade gegeben ist. Die Breite des Bandes hängt von der Höhe der Transaktionskosten ab.

Eine weitere Annahme im CAPM stellen die homogenen Erwartungen der Marktteilnehmer dar. Geht man davon aus, dass die Marktakteure heterogene Erwartungen hinsichtlich Rendite und Risiko besitzen, gelangt jeder einzelne Anleger zu einer individuellen Kapitalmarktlinie und/oder Wertpapiermarktlinie. Unterschiedliche Erwartungen führen

<sup>73</sup> Vgl. Gibbons 1982: *Multivariate Tests of Financial Models: A New Approach*, S. 3 ff. und Shanken 1985: *Multivariate Tests of the Zero Beta CAPM*, S. 327 ff.

<sup>74</sup> Vgl. Stambaugh 1982: *On the Exclusion of Assets from Tests of the Two-Parameter Model: A Sensitivity Analysis*, S. 237 ff.

zu einer Vielzahl von Wertpapiermarktlinien. Allerdings reduziert sich die Bandbreite der möglichen Wertpapiermarktlinien erheblich, wenn die Marktteilnehmer über ähnliche Informationen verfügen.

Das CAPM ist ein Ein-Perioden-Modell. Werden unterschiedlich lange Perioden verwendet, so erhält man verschiedene Kapitalmarktlinien bzw. Wertpapiermarktlinien. Zum Beispiel führt eine Planungsperiode von 1 Jahr verglichen mit der 1 Monats zu einer anderen linearen Rendite-Risiko-Beziehung.

Das CAPM unterstellt, dass keine Steuern zu entrichten sind. Die im Modell verwendeten Renditen berücksichtigen entsprechend keinen Abzug von Steuern. In der Realität fallen jedoch Steuern bei Kapitalgewinnen sowie bei Dividenden und Kupons an. Die erwartete Rendite einer Anlage (Aktie) nach Steuern lässt sich für die meisten Investoren wie folgt ermitteln:

$$E(r_{i,\text{nach Steuern}}) = \frac{(P_1 - P_0)(1 - S_{KG})}{P_0} + \frac{\text{Div}(1 - S_{EK})}{P_0}, \quad (4.37)$$

wobei:

$P_1$  = Preis der Aktie am Ende der Periode,

$P_0$  = Preis der Aktie zu Beginn der Periode,

$S_{KG}$  = Steuersatz für Kapitalgewinne und -verluste,

Div = Dividende,

$S_{EK}$  = Steuersatz für das Einkommen.

Die Steuerbelastung ist für private und institutionelle Investoren unterschiedlich. Für steuerbefreite institutionelle Investoren wie etwa Pensionskassen und gemeinnützige Stiftungen unter bestimmten Voraussetzungen sind die im CAPM verwendeten Renditen vor Steuern angemessen. Werden die Renditen nach Steuern berücksichtigt, gelangt man aufgrund der unterschiedlich hohen Steuersätze zu einer Vielzahl von investorenspezifischen Kapitalmarktlinien und Wertpapiermarktlinien.

#### 4.4.7 Performancemessung

Die Treynor Ratio basiert auf dem CAPM und stellt eine risikoadjustierte Renditegröße dar, die einen Performancevergleich zwischen Portfolios mit unterschiedlichem systematischen Risiko ermöglicht. Diese Performancegröße kann wie folgt ermittelt werden:<sup>75</sup>

$$TR_P = \frac{E(r_P) - r_F}{\beta_P}, \quad (4.38)$$

wobei:

$E(r_P)$  = erwartete Rendite des Portfolios,

$r_F$  = risikoloser Zinssatz,

$\beta_P$  = Beta des Portfolios.

<sup>75</sup> Vgl. Treynor 1965: How to Rate Management of Investment Funds, S. 63 ff.

Die Treynor Ratio misst den risikobehafteten Anteil der Portfoliorendite  $[E(r_P) - r_F]$  für eine zusätzliche Einheit des systematischen Risikos. Diese Kennzahl kann durch die Rendite-Risiko-Gleichung des CAPM hergeleitet werden:<sup>76</sup>

$$\frac{E(r_P) - r_F}{\beta_P} = E(r_M) - r_F. \quad (4.39)$$

Der Term links des Gleichheitszeichens stellt die Treynor Ratio für das Portfolio dar, während rechts des Gleichheitszeichens die Treynor Ratio für das Marktportfolio steht, das ein Beta von 1 aufweist. Vergleicht man die Treynor Ratio des Portfolios mit derjenigen des Marktes, lässt sich beurteilen, ob das Risiko des Portfolios mit einer genügend hohen Rendite entschädigt wird. Diese Kennzahl kann lediglich bei einem gut diversifizierten Portfolio eingesetzt werden, da als Risikogröße das Beta benutzt wird. Sind die Anlagen nicht gut diversifiziert – also besteht das Portfoliorisiko aus dem unternehmensspezifischen Risiko und dem Marktrisiko –, ist die Sharpe Ratio einzusetzen, da diese Kennzahl die Standardabweichung und nicht das Beta verwendet.

Das Jensen's Alpha stellt eine weitere Performancegröße dar, die sich auf das CAPM stützt.<sup>77</sup> In Anlehnung an das Marktmodell lässt sich die Überschussrendite des Portfolios wie folgt berechnen:

$$E(r_P) - r_F = \alpha_P + \beta_P [E(r_M) - r_F]. \quad (4.40)$$

Das Jensen's Alpha ( $\alpha_P$ ) lässt sich demnach als Differenz der Portfoliorendite und der Rendite gemäß dem CAPM bestimmen:

$$\alpha_P = E(r_P) - r_F - \beta_P [E(r_M) - r_F]. \quad (4.41)$$

Der Term  $\beta_P [E(r_M) - r_F]$  misst den Renditeanteil des Portfolios aufgrund des systematischen Risikos (CAPM). Demgegenüber spiegelt der Term  $\alpha_P$  denjenigen Anteil der Rendite wider, der auf die Entscheidungen des Managers, also auf das aktive Portfoliomanagement, zurückzuführen ist. Mit dem Jensen's Alpha – im Gegensatz zur Treynor Ratio – können Portfolios mit unterschiedlichem systematischem Risiko (bzw. Beta) nicht miteinander verglichen werden. Um dennoch Portfolios mit unterschiedlichem systematischem Risiko vergleichen zu können, wird die Black/Treynor Ratio berechnet:

$$\text{Black/Treynor Ratio} = \frac{\alpha_P}{\beta_P}. \quad (4.42)$$

Nimmt man (4.40) und dividiert die Gleichung durch das Beta des Portfolios ( $\beta_P$ ), gelangt man zum folgenden Formelausdruck:

$$\frac{E(r_P) - r_F}{\beta_P} = \frac{\alpha_P}{\beta_P} + [E(r_M) - r_F]. \quad (4.43)$$

<sup>76</sup> Rendite-Risiko-Gleichung des CAPM:  $E(r_P) = r_F + [E(r_M) - r_F] \beta_P$ . Subtrahiert man von dieser Gleichung den risikolosen Zinssatz ( $r_F$ ) und dividiert die Gleichung durch das Beta des Portfolios ( $\beta_P$ ), gelangt man zu (4.39).

<sup>77</sup> Vgl. Jensen 1968: *The Performance of Mutual Funds in the Period 1945–1964*, S. 397.

Links des Gleichheitszeichens steht die Treynor Ratio des Portfolios. Demnach lässt sich folgender linearer Zusammenhang zwischen der Treynor Ratio und dem Jensen's Alpha zeigen:

$$TR_P = \frac{\alpha_P}{\beta_P} + [E(r_M) - r_F]. \quad (4.44)$$

### Beispiel

#### Berechnung von Performancegrößen

Das Portfolio A verfügt über eine erwartete Rendite von 12 % und weist ein Beta von 1,2 auf. Das Portfolio B hingegen besitzt eine erwartete Rendite von 14 % und ein Beta von 1,5. Beide Anlagekombinationen sind gut diversifiziert. Die erwartete Marktrendite beträgt 8 %, während der risikolose Zinssatz bei 2 % liegt.

1. Welches der beiden Portfolios weist gemäß der Treynor Ratio eine höhere Performance auf?
2. Wie hoch ist das Jensen's Alpha der Portfolios A und B?

### Lösung zu 1

Die beiden Portfolios A und B verfügen über eine Treynor Ratio von 0,0833 respektive von 0,08:

$$TR_{\text{Portfolio A}} = \frac{0,12 - 0,02}{1,2} = 0,0833,$$

$$TR_{\text{Portfolio B}} = \frac{0,14 - 0,02}{1,5} = 0,0800.$$

Die Performance des Portfolios A ist relativ betrachtet besser, weil es im Vergleich zu B eine höhere Treynor Ratio von 0,0833 hat.

### Lösung zu 2

Das Jensen's Alpha lässt sich für die Portfolios A und B wie folgt berechnen:

$$\alpha_{\text{Portfolio A}} = 12\% - 2\% - 1,2 \times (8\% - 2\%) = 2,8\%,$$

$$\alpha_{\text{Portfolio B}} = 14\% - 2\% - 1,5 \times (8\% - 2\%) = 3,0\%.$$

Das Jensen's Alpha von Portfolio B (3 %) ist größer als dasjenige von Portfolio A (2,8 %). Demnach haben die Entscheidungen des Managers zu einer höheren aktiven Rendite bei der Anlagekombination B geführt. Ein Performancevergleich mithilfe der Rendite und des Risikos ist mit dem Jensen's Alpha nicht möglich, da die Betas der beiden Portfolios nicht gleich groß sind. Verwendet man die Black/Treynor Ratio, ergibt sich für das Portfolio A eine relativ bessere Performance (0,0233 im Vergleich zu 0,02), was mit den Berechnungen der Treynor Ratio übereinstimmt.

**Tab. 4.4** Gegenüberstellung von Sharpe Ratio, Treynor Ratio und Jensen's Alpha

Performancegrößen	Risikodefinition	Finanzmarkt- theoretisches Modell	Nutzungsmöglichkeiten
Sharpe Ratio	Standardabweichung	Markowitz	Rangordnung von Portfolios mit unterschiedlichem Risiko, das nicht diversifiziert ist
Treynor Ratio	Beta	CAPM	Rangordnung von Portfolios mit unterschiedlichem Risiko, das diversifiziert ist
Jensen's Alpha	Beta	CAPM	Rangordnung von Portfolios mit demselben Beta

Tab. 4.4 fasst die Charakteristiken der Sharpe Ratio, der Treynor Ratio und des Jensen's Alpha zusammen. Je höher die entsprechende Performancegröße, desto attraktiver ist die Anlage in Bezug auf Rendite und Risiko. Diese Performanceindikatoren werden grundsätzlich bei Aktienportfolios eingesetzt.

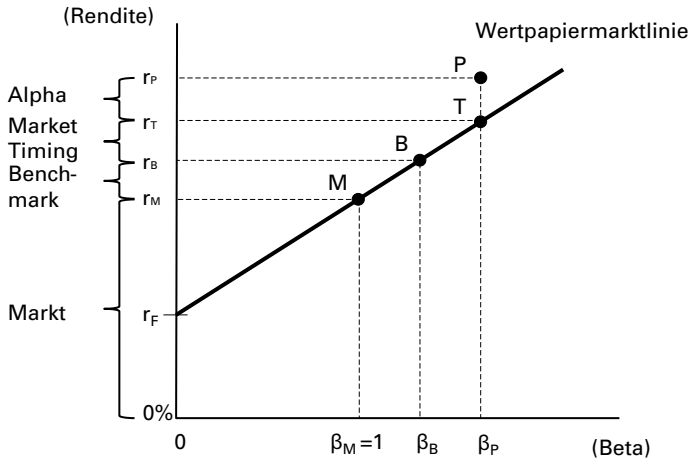
Das Jensen's Alpha wird vielfach verwendet, um die erzielte Rendite des Aktienportfolios (ex post) in einzelne risikoadjustierte Renditekomponenten zu zerlegen. Gemäß der Wertpapiermarktlinie kann man die erwartete Portfoliorendite mit dem risikolosen Zinssatz, der erwarteten Marktrendite und dem Beta des Portfolios ermitteln. Das Ex-post-Alpha des Portfolios besteht aus der Differenz zwischen der erzielten Rendite und der gemäß dem CAPM erwarteten Rendite für die Periode.

$$\text{Ex-post-Alpha} = \text{erzielte Portfoliorendite} - \text{erwartete CAPM-Rendite} \quad (4.45)$$

Die erzielte Portfoliorendite lässt sich für die Performanceevaluation in die folgenden Komponenten – Markt, Benchmark, Market Timing und Titelauswahl – zerlegen:

- Markteffekt: spiegelt die Rendite des Aktienmarktes ( $r_M$ ) wider.
- Benchmarkeffekt: stellt die Renditedifferenz zwischen der Benchmark ( $r_B$ ) und dem Aktienmarkt ( $r_M$ ) dar – strategische Risikoentscheidung.
- Market-Timing-Effekt: misst die Renditedifferenz zwischen dem Portfolio mit richtig bewerteten Anlagen ( $r_T$ ) und der Benchmark ( $r_B$ ) – taktische Risikoentscheidung.
- Effekt der Titelauswahl: entspricht dem Ex-post-Alpha und berechnet sich als Renditedifferenz zwischen dem Portfolio ( $r_P$ ) und der Anlagekombination mit richtig bewerteten Titeln auf der Wertpapiermarktlinie ( $r_T$ ).

Abb. 4.13 zeigt die Aufteilung der Portfoliorendite in die vier Komponenten Markt, Benchmark, Market Timing und Titelauswahl (Alpha).



**Abb. 4.13** Performanceevaluation mit dem Jensen's Alpha

## 4.5 Zusammenfassung

- Die Effizienzkurve wird üblicherweise mit historischen Daten erstellt, wobei neben dem Markowitz-Modell auch das Marktmodell (Einfaktormodell) eingesetzt wird. Um die Stabilität der Effizienzkurve zu verbessern, können Verfahren wie etwa die Sensitivitätsanalyse, simulierte effiziente Portfolios oder das Black/Litterman-Modell verwendet werden.
- Wird die Effizienzkurve mit dem Markowitz-Modell bestimmt, benötigt man für deren Konstruktion im Vergleich zum Marktmodell eine wesentlich größere Anzahl von Parametern. Zusätzlich besteht bei der erwarteten Rendite und der Kovarianz ein substantieller Schätzfehler, weil mit einer Stichprobe historischer Daten gearbeitet werden muss. Dabei stellt die Vergangenheit keinen guten Indikator für die Zukunft dar.
- Das Marktmodell basiert auf der Erkenntnis, dass die Renditen von Anlagen durch eine bestimmte Anzahl an Variablen oder Faktoren miteinander korrelieren. Im Modell werden die über dem risikolosen Zinssatz liegenden Renditen der Anlage und des Marktportfolios in eine Regression (einfache lineare Regressionsanalyse) einbezogen. Die Steigung der Regressionsgleichung verkörpert das Beta der Anlage und gibt an, in welchem Ausmaß sich die Rendite des Titels bei einer Änderung der Marktrendite verändert. Die Konstante der Regressionsgleichung hingegen entspricht der Anlagerendite, bereinigt um den risikolosen Zinssatz, wenn die Differenz zwischen der Marktrendite und dem risikolosen Zinssatz null beträgt. Dieser Teil der Anlagerendite umfasst die Risikoprämie, die nicht durch das Marktrisiko beeinflusst wird.
- Die Varianz der Renditen einer Anlage wird durch das Marktrisiko und das unternehmensspezifische Risiko beeinflusst. Das Marktrisiko besteht aus dem Produkt des