



Bewertung

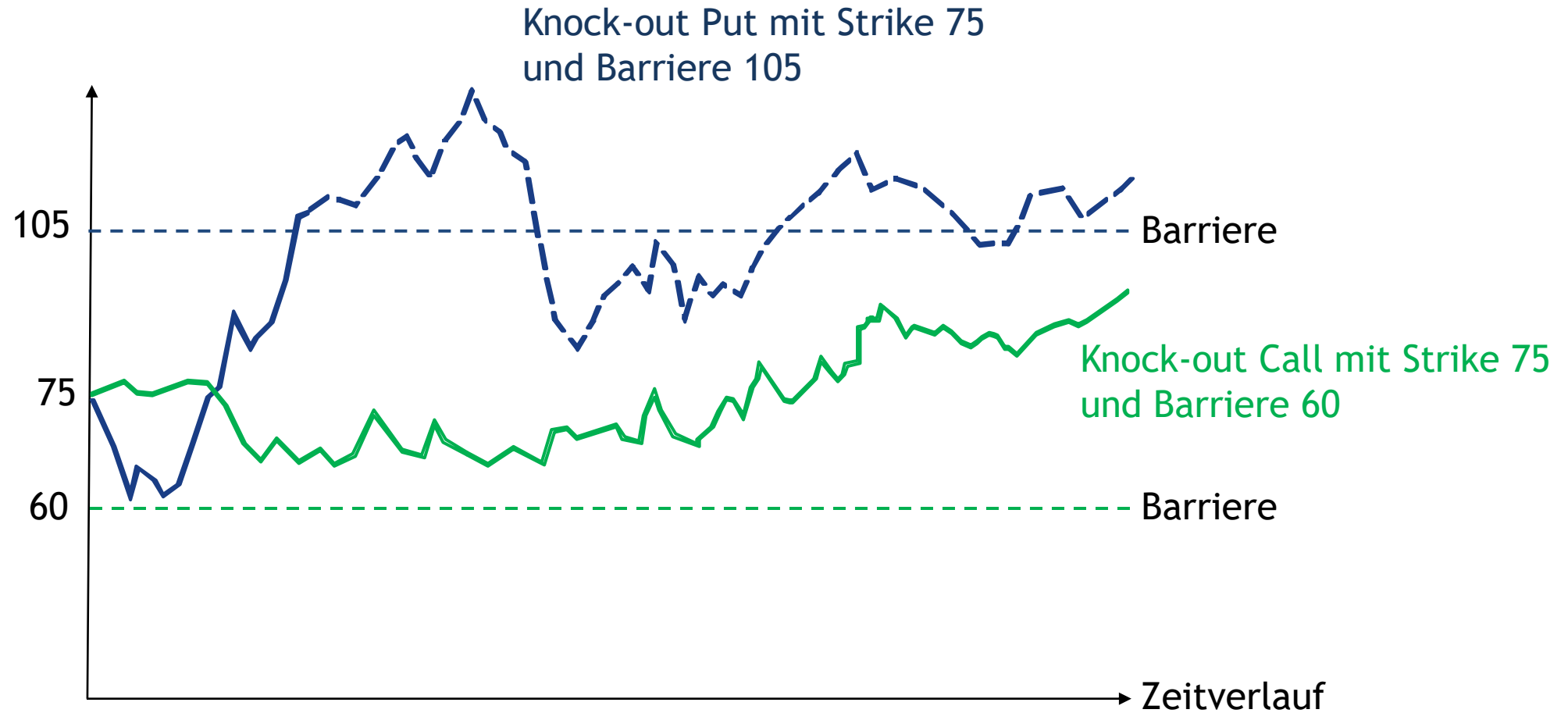
Barriere-Optionen

Dr. Benjamin Wilding

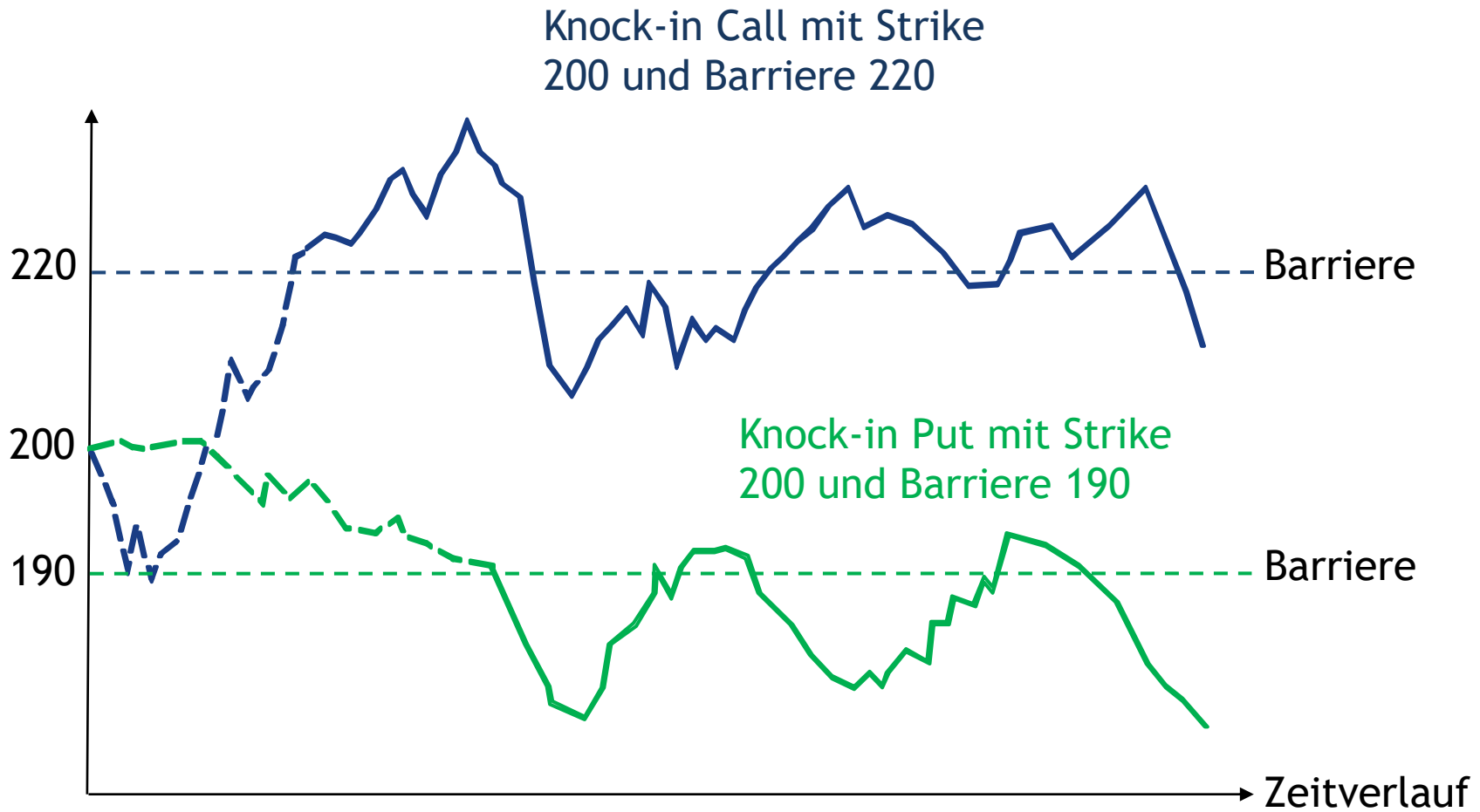
Funktionsweise Barriere-Option

- Der Wert einer Barriere-Option am Ende der Laufzeit ist abhängig von den Bewegungen des Basiswertes während der Laufzeit.
- Die Knock-out Option verfällt wertlos, falls Kurs des Basiswertes eine im Voraus definierte Barriere berührt.
- Die Knock-in Option wird nur gültig, falls Kurs des Basiswertes eine im Voraus definierte Barriere berührt.
- Barriere-Optionen sind günstiger als „normale“ Optionen, da die Wahrscheinlichkeit einer Ausübung geringer ist.
- Volatilität spielt bei Barriere-Option eine weniger zentrale Rolle bei der Preisbestimmung der Option als bei „normalen“ Optionen.

Knock-out Optionen



Knock-in Optionen



Gliederung

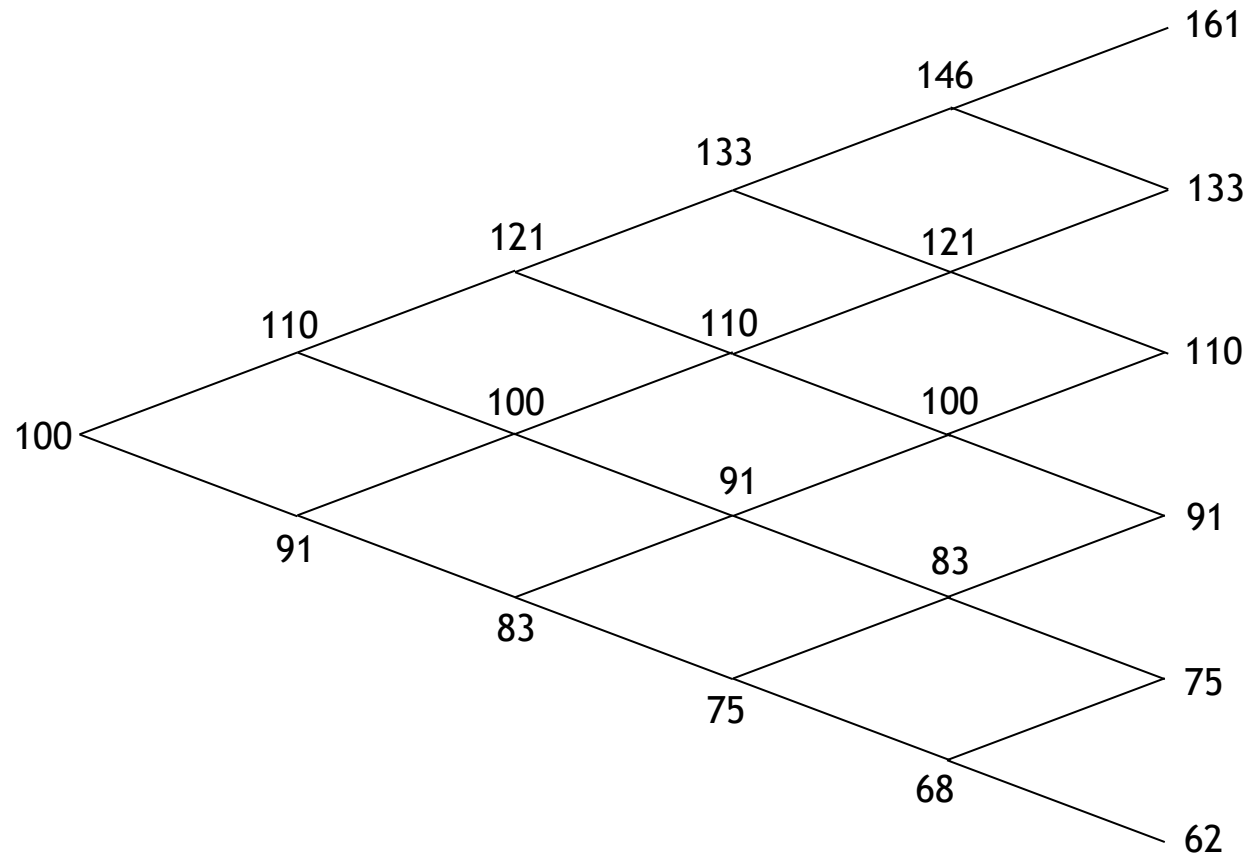
- Neben Knock-out und Knock-in können Barriere-Optionen auch nach Lage der Barriere im Vergleich zum Basiswert gegliedert werden:
 - Up: Barriere > Basiswert
 - Down: Barriere < Basiswert

CALL	Knock-out	Knock-in
Up	Up-and-out Call	Up-and-in Call
Down	Down-and-out Call	Down-and-in Call

PUT	Knock-out	Knock-in
Up	Up-and-out Put	Up-and-in Put
Down	Down-and-out Put	Down-and-in Put

Binomialbaum

- Da in Binomialbäumen der Aktienkursverlauf modelliert wird, ist die Bewertung von Barriere-Optionen mit diesem Verfahren problemlos möglich.



Erweiterung von Black-Scholes

- 1. Schritt: Plain Vanilla Call oder Put berechnen
- 2. Schritt: Lambda und Gamma berechnen

$$\lambda = \frac{r - q + \sigma^2/2}{\sigma^2}$$

$$\gamma = \frac{\ln[H^2/(S_0 X)]}{\sigma\sqrt{T}} + \lambda\sigma\sqrt{T}$$

- 3. Schritt: x_1 und y_1 berechnen

$$x_1 = \frac{\ln(S_0/H)}{\sigma\sqrt{T}} + \lambda\sigma\sqrt{T}$$

$$y_1 = \frac{\ln(H/S_0)}{\sigma\sqrt{T}} + \lambda\sigma\sqrt{T}$$

- 4. Schritt: Optionspreis berechnen

Erweiterung von Black-Scholes - Calls (1/2)

- Barriere tiefer als Strike:

- Up-and-in Call: Wert des Plain Vanilla Calls
- Up-and-out Call: Null

- Barriere höher als Strike:

- Up-and-in Call

$$c_{ui} = S_0 N(x_1) e^{-qT} - X e^{-rT} N(x_1 - \sigma \sqrt{T}) - S_0 e^{-qT} (H/S_0)^{2\lambda} [N(-\gamma) - N(-y_1)] \\ + X e^{-rT} (H/S_0)^{2\lambda-2} [N(-\gamma + \sigma \sqrt{T}) - N(-y_1 + \sigma \sqrt{T})]$$

- Up-and-out Call

$$c_{uo} = c - c_{ui}$$

Erweiterung von Black-Scholes - Calls (2/2)

- Barriere tiefer als Strike:

- Down-and-in Call

$$c_{di} = S_0 e^{-qT} (H/S_0)^{2\lambda} N(\gamma) - X e^{-rT} (H/S_0)^{2\lambda-2} N(\gamma - \sigma\sqrt{T})$$

- Down-and-out Call

$$c_{do} = c - c_{di}$$

- Barriere höher als Strike:

- Down-and-out Call

$$c_{do} = S_0 N(x_1) e^{-qT} - X e^{-rT} N(x_1 - \sigma\sqrt{T}) - S_0 e^{-qT} (H/S_0)^{2\lambda} N(\gamma_1) + X e^{-rT} (H/S_0)^{2\lambda-2} N(\gamma_1 - \sigma\sqrt{T})$$

- Down-and-in Call

$$c_{di} = c - c_{do}$$

Erweiterung von Black-Scholes - Puts (1/2)

- Barriere tiefer als Strike:

- Up-and-out Put

$$p_{uo} = -S_0 N(-x_1) e^{-qT} + X e^{-rT} N(-x_1 + \sigma \sqrt{T}) + S_0 e^{-qT} (H/S_0)^{2\lambda} N(-y_1) - X e^{-rT} (H/S_0)^{2\lambda-2} N(-y_1 + \sigma \sqrt{T})$$

- Up-and-in Put

$$p_{ui} = p - p_{uo}$$

- Barriere höher als Strike:

- Up-and-in Put

$$p_{ui} = -S_0 e^{-qT} (H/S_0)^{2\lambda} N(-\gamma) + X e^{-rT} (H/S_0)^{2\lambda-2} N(-\gamma + \sigma \sqrt{T})$$

- Up-and-out Put

$$p_{uo} = p - p_{ui}$$

Erweiterung von Black-Scholes - Puts (2/2)

- Barriere tiefer als Strike:

- Down-and-in Put

$$p_{di} = -S_0 N(-x_1) e^{-qT} + X e^{-rT} N(-x_1 + \sigma \sqrt{T}) + S_0 e^{-qT} (H/S_0)^{2\lambda} [N(\gamma) - N(y_1)] \\ - X e^{-rT} (H/S_0)^{2\lambda-2} [N(\gamma - \sigma \sqrt{T}) - N(y_1 - \sigma \sqrt{T})]$$

- Down-and-out Put

$$p_{do} = p - p_{di}$$

- Barriere höher als Strike:

- Down-and-in Put: Wert des Plain Vanilla Put
- Down-and-out Put: Null

Beispiel (1/2)

- Wert eines Knock-in und eines Knock-out Calls?

- Aktueller Aktienkurs: $S_0 = 200$
- Volatilität: $\sigma = 20\%$
- Ausübungspreis: $X = 205$
- Risikoloser Zinssatz p.a.: $r_f = 2\%$ (stetig)
- Laufzeit: $t = 1$
- Barriere: $H = 250$
- Dividendenrendite: $q = 0\%$

Beispiel (2/2)

- Wert eines Knock-in und eines Knock-out Calls?